

И.М. СМЕРНОВА, В.А. СМЕРНОВ

ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

Москва 2009

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое пособие содержит пятьдесят шесть задач на построение и вычисление, выполняемых на клетчатой бумаге. Оно включает в себя восемь параграфов и охватывает все основные разделы школьного курса геометрии 7-9 классов.

Формулировки и решения этих задач отличаются от обычных задач из действующих учебников и задачников по геометрии и, в то же время, они не требуют дополнительных сведений, направлены именно на обобщающее повторение основного курса геометрии 7-9 классов, на его более глубокое освоение и понимание, выработку необходимых геометрических компетенций.

Решение каждой предложенной задачи требует применения геометрических знаний в необычной ситуации, что позволяет проверить качество освоения геометрического материала, готовность ученика использовать полученные знания и умения для решения нестандартных и исследовательских задач.

Приведенные задачи имеют различный уровень трудности, от простых до олимпиадных. Каждый ученик найдет среди них задачи посильного для себя уровня трудности, отталкиваясь от которых можно будет переходить к решению более трудных задач. Большое место в пособии уделено задачам среднего уровня трудности – предолимпиадным, подготавливающим к решению олимпиадных задач. Наличие таких задач позволяет учащимся преодолеть психологический барьер и поверить в свои силы, что является важнейшим фактором успешности решения олимпиадных задач.

Все задачи сопровождаются рисунками, которые можно использовать для дополнительных построений и вычислений. Построения отрезков, прямых и углов проводятся с помощью линейки, построения окружностей и их дуг проводятся с помощью циркуля. В задачах на вычисление стороны квадратов (клеток) клетчатой бумаги считаются равными единице. В конце пособия приведены ответы ко всем задачам.

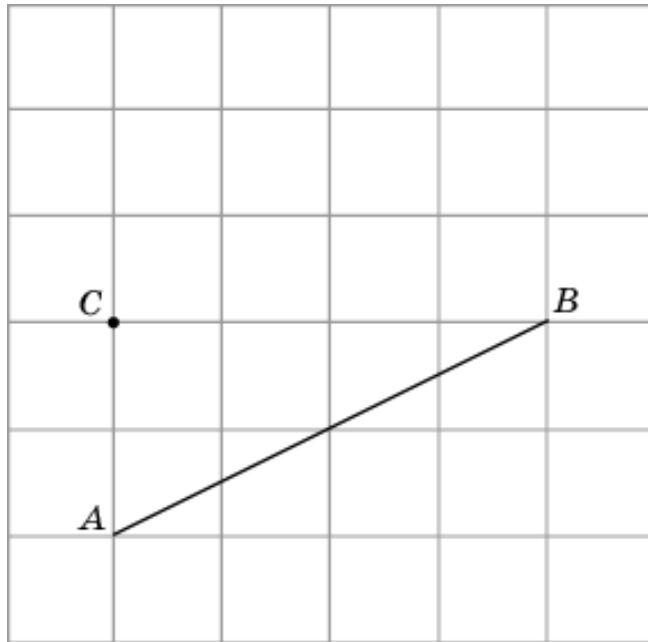
Решение предлагаемых задач на клетчатой бумаге в большей степени, чем решение обычных задач, поможет развить геометрические представления учащихся, выработать необходимые вычислительные навыки, практические умения производить построение геометрических фигур, подготовиться к экзаменам и участию в олимпиадах по математике.

В качестве учебника по геометрии рекомендуем использовать учебник:

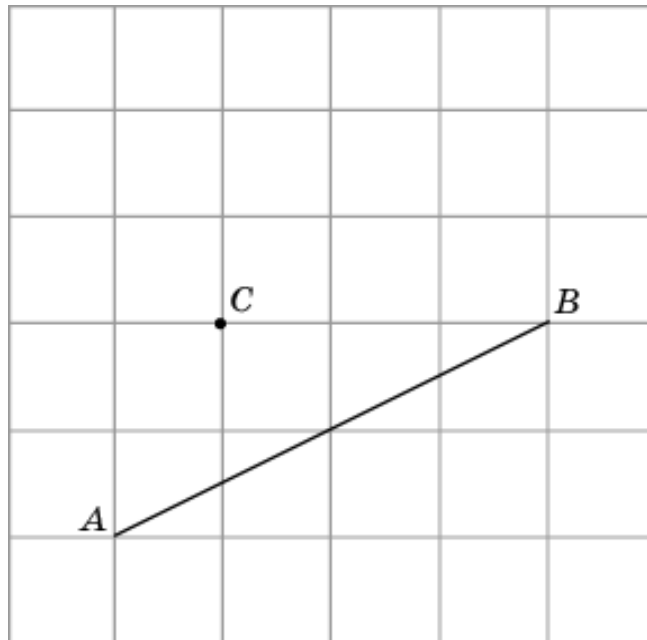
Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2008.

1. Прямые и углы

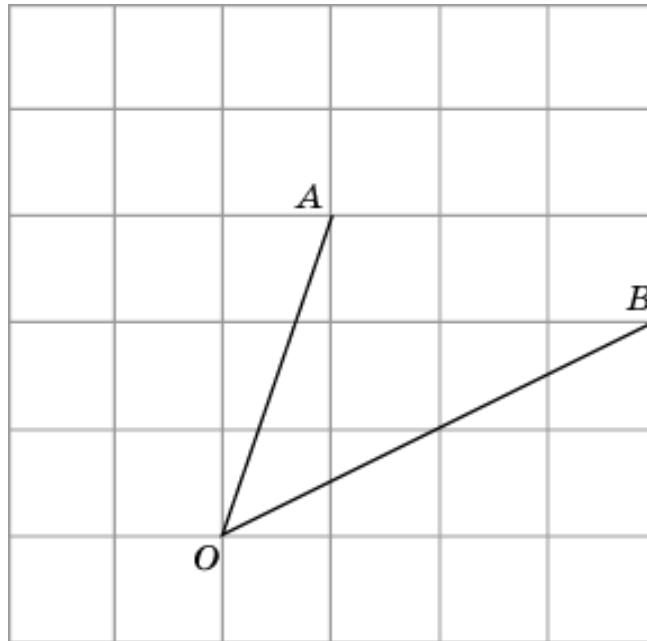
1. Через точку C проведите прямую, параллельную прямой AB .



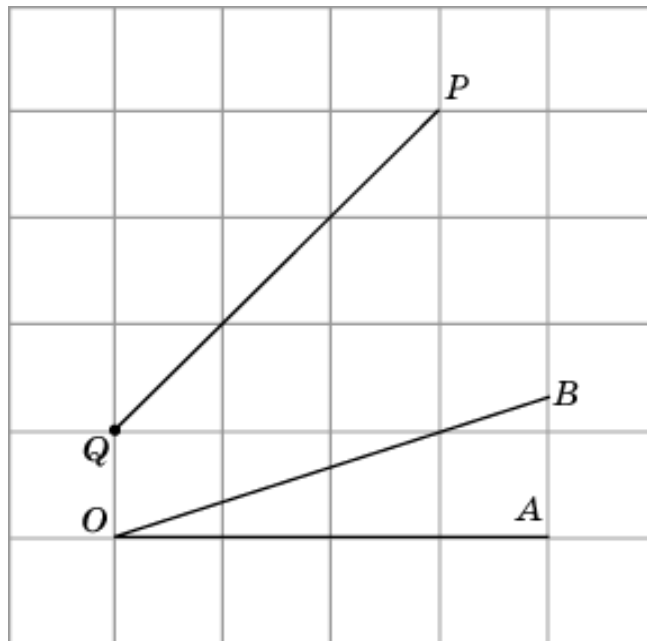
2. Через точку C проведите прямую, перпендикулярную прямой AB .



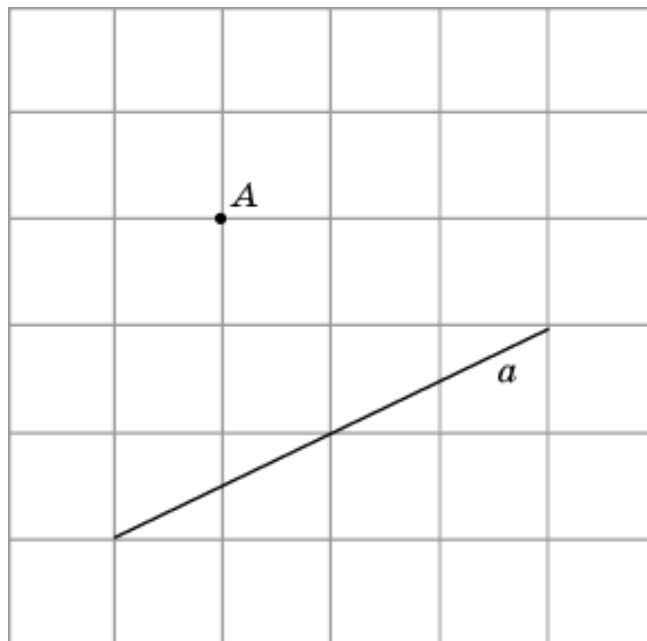
3. Найдите величину угла AOB .



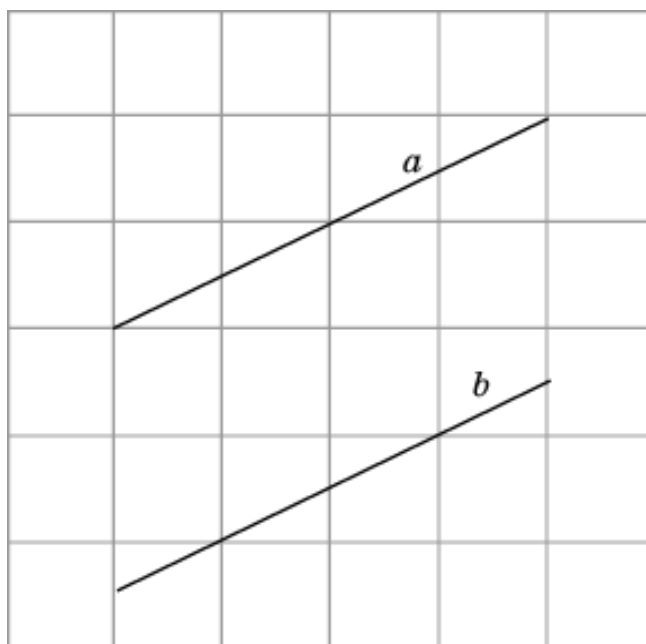
4. От луча QP отложите угол PQR , равный углу AOB .



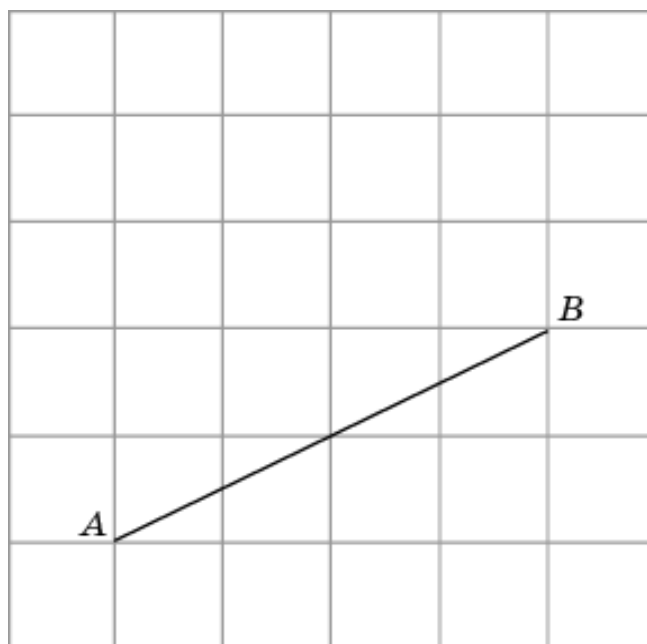
5. Найдите расстояние от точки A до прямой a .



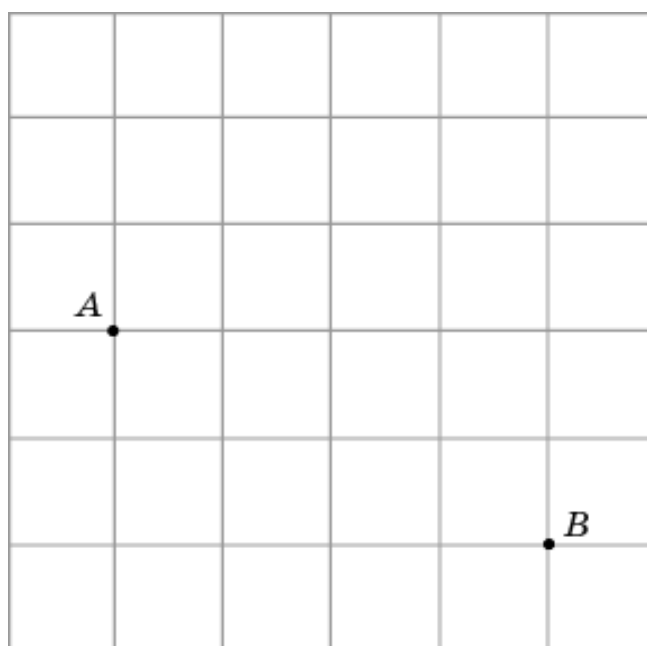
6. Найдите расстояние между прямыми a и b .



7. Постройте серединный перпендикуляр к отрезку AB .

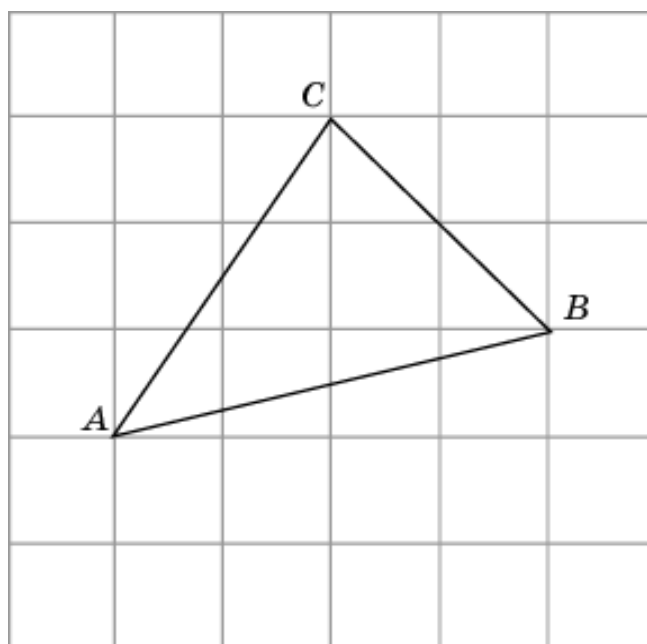


8. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от точек A и B .

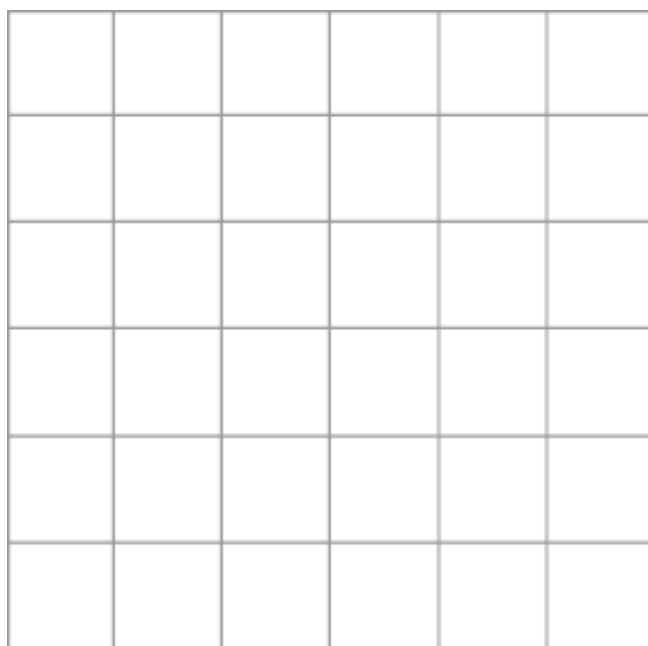


2. Треугольники

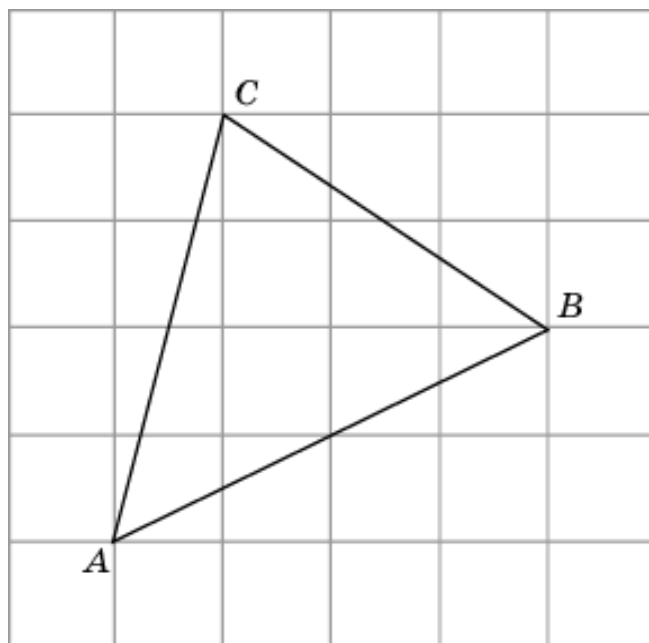
9. Найдите периметр треугольника ABC .



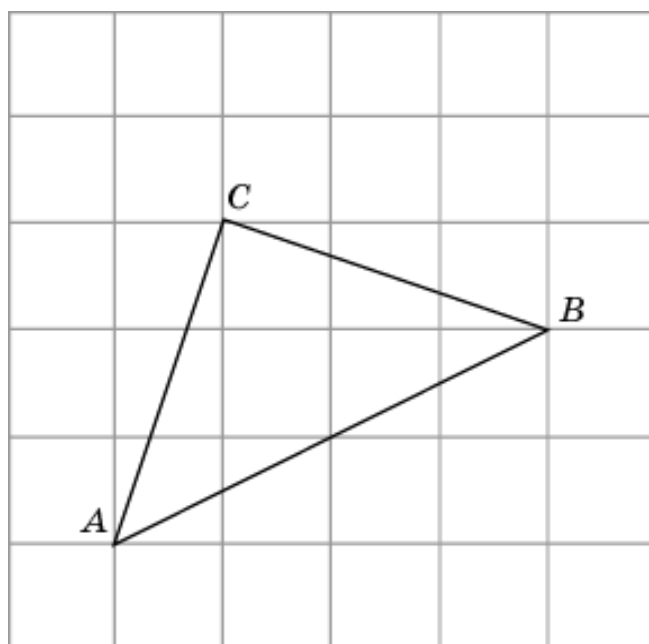
10. Постройте треугольник со сторонами, равными $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$.



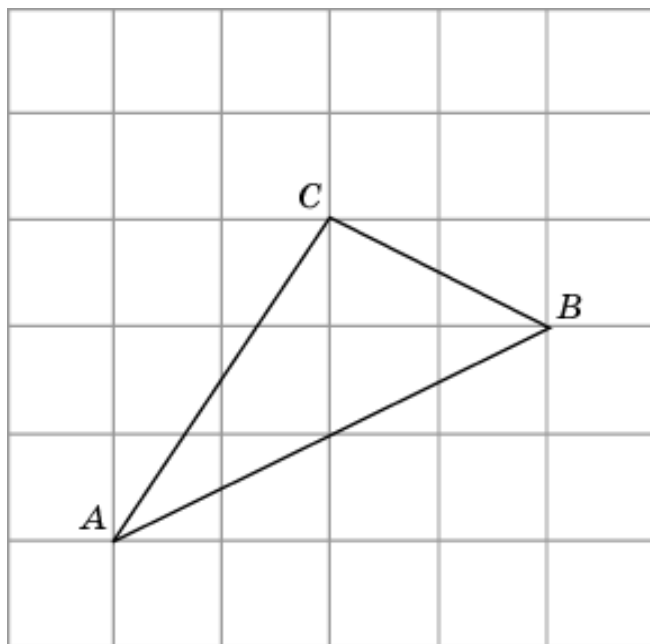
11. В треугольнике ABC проведите медиану CM и найдите ее длину.



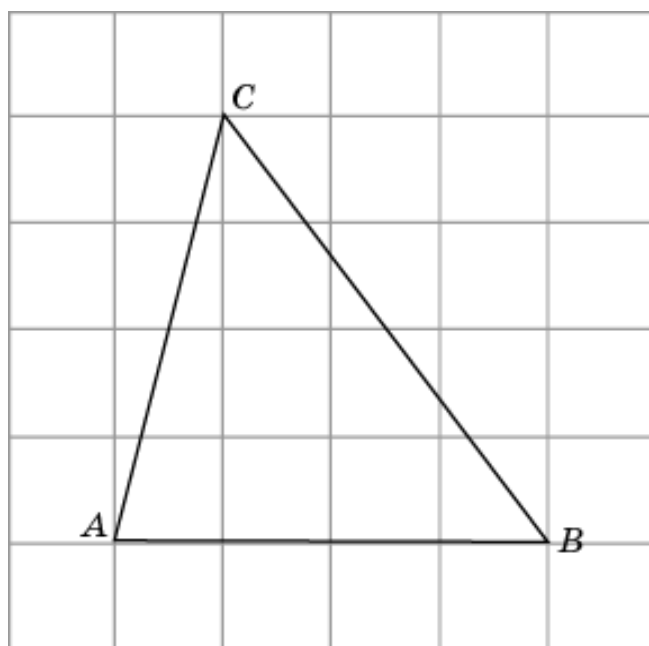
12. В треугольнике ABC проведите высоту CH и найдите ее длину.



13. В треугольнике ABC проведите биссектрису BD и найдите ее длину.

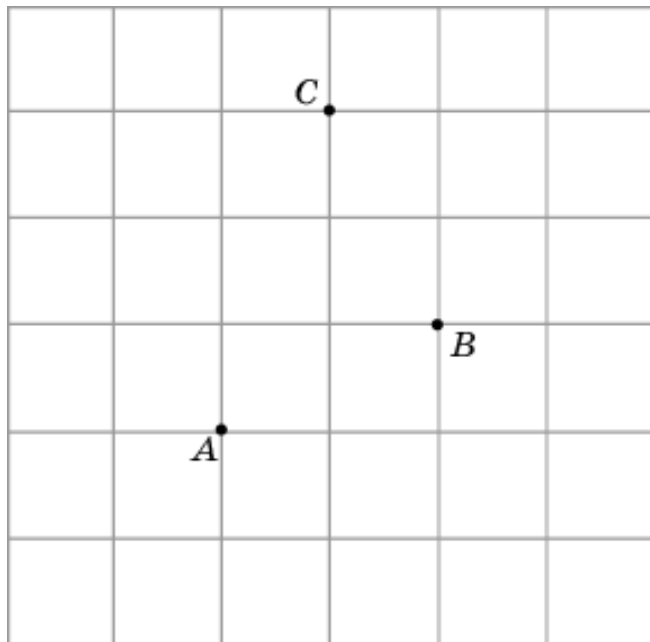


14. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла A треугольника ABC .

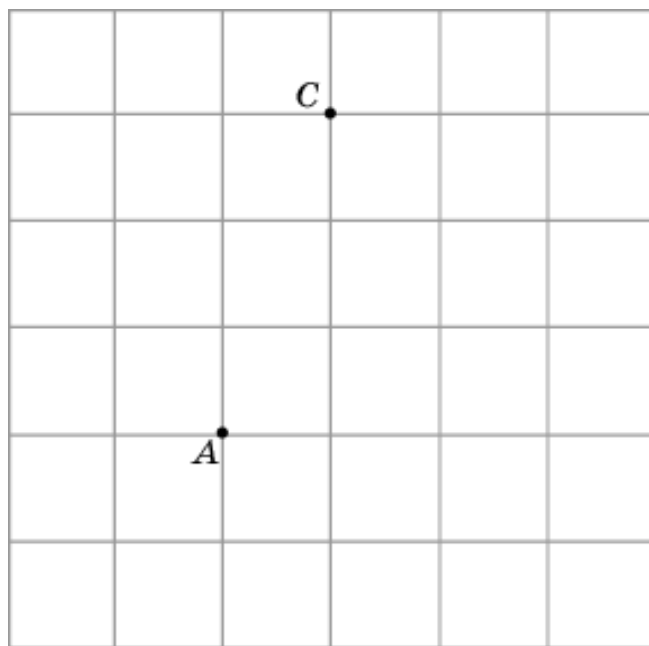


3. Многоугольники

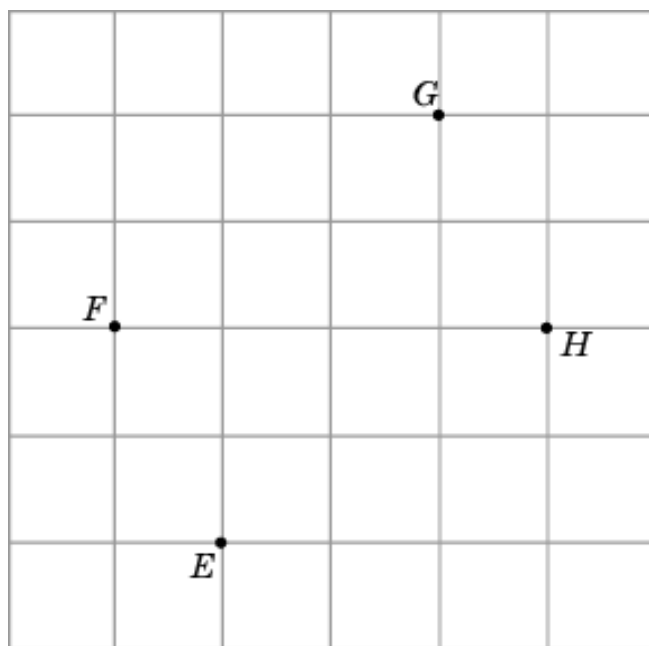
15. Постройте параллелограмм, тремя вершинами которого являются точки A , B , C , а вершина D находится в узле сетки. Сколько решений имеет задача?



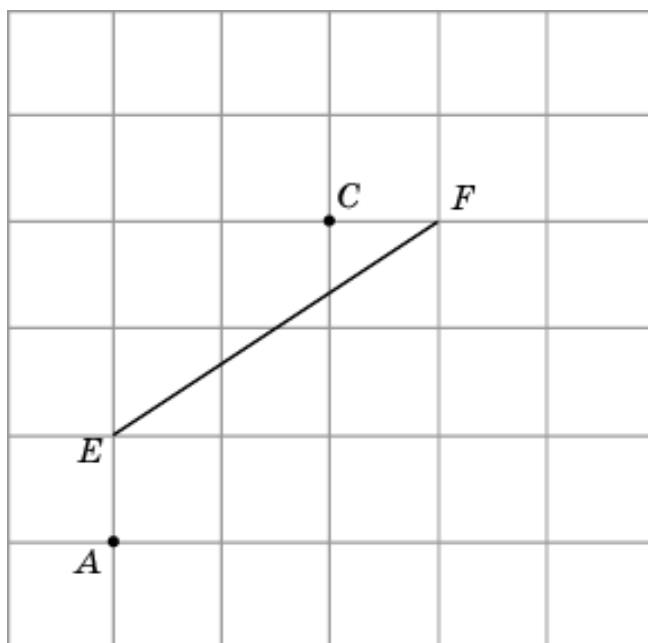
16. Постройте прямоугольник, диагональю которого является отрезок AC , а вершины B и D находятся в узлах сетки. Сколько решений имеет задача?



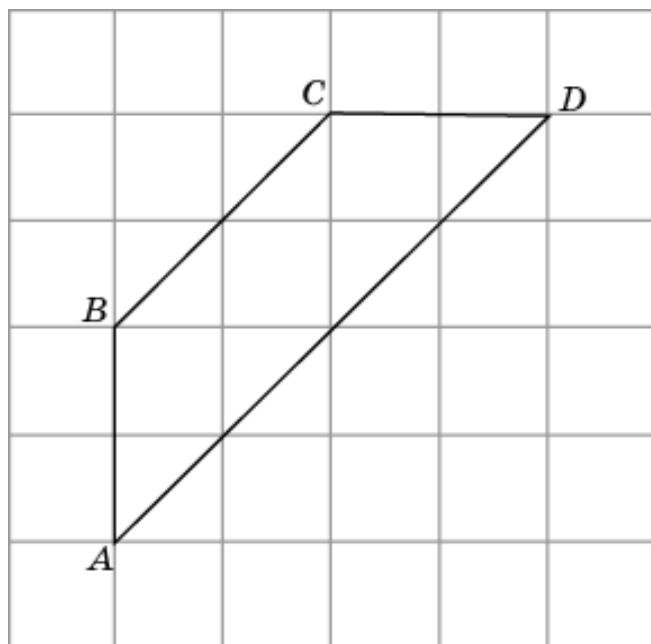
17. Постройте параллелограмм, Серединами сторон которого являются точки E, F, G, H .



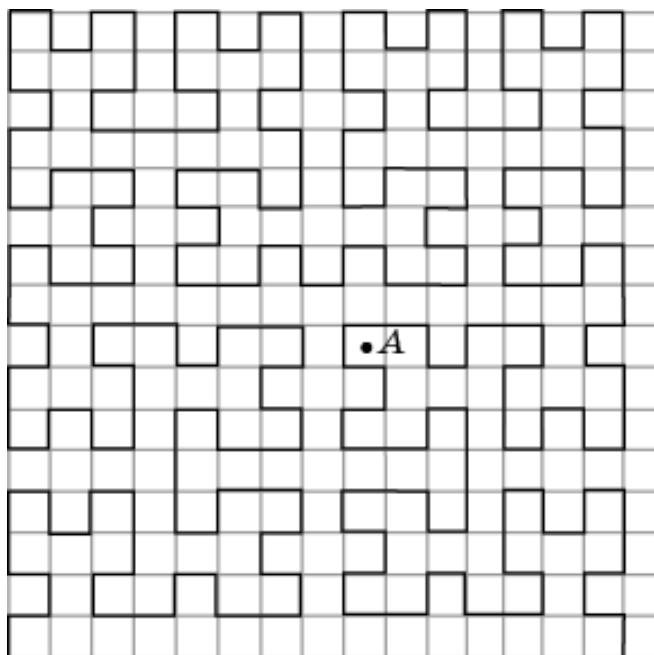
18. Постройте трапецию, двумя вершинами которой являются точки A и C , а средней линией – отрезок EF .



19. Нарисуйте высоту трапеции $ABCD$, опущенную из вершины B . Найдите ее длину.

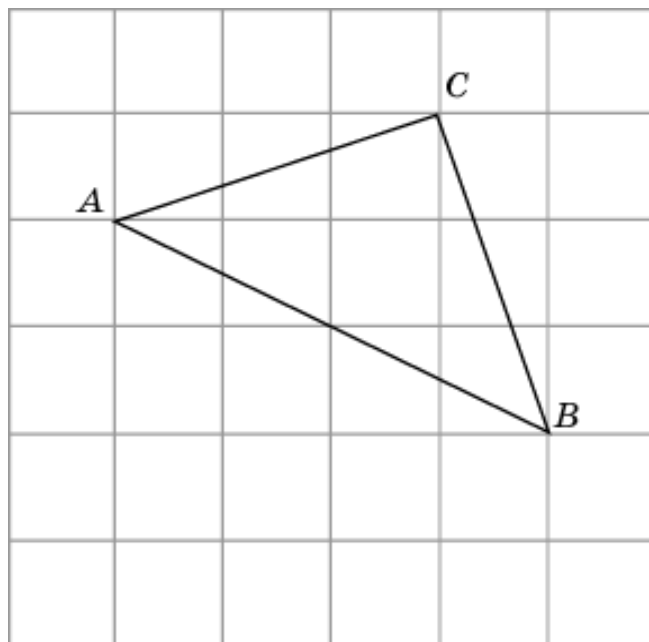


20. На рисунке изображена простая замкнутая ломаная. Какой области, по отношению к этой ломаной, принадлежит точка A – внутренней или внешней?

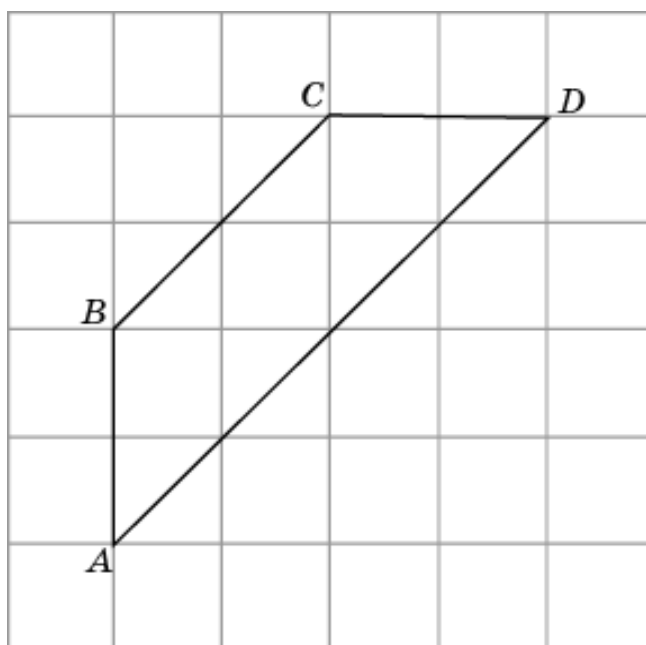


4. Окружности

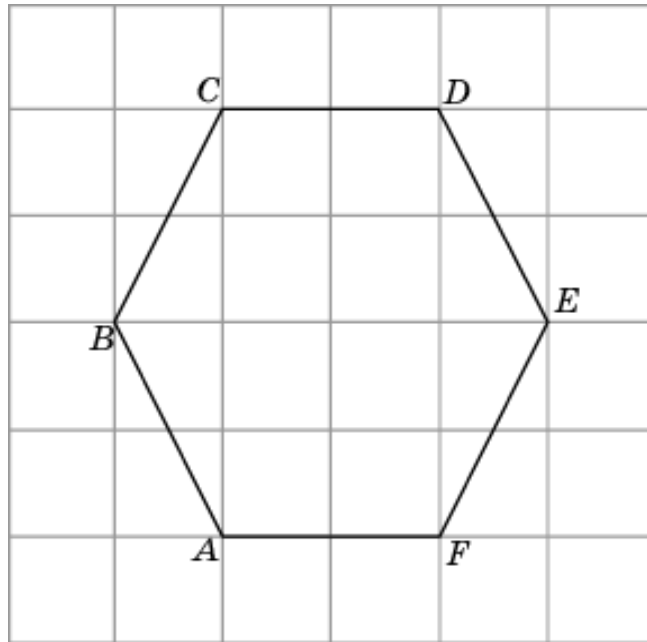
21. Постройте центр окружности, описанной около треугольника ABC , и найдите ее радиус.



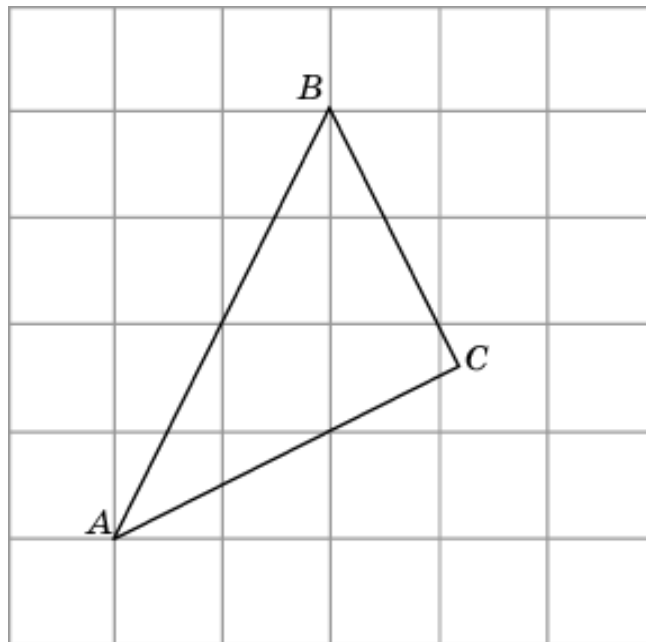
22. Найдите центр и радиус окружности, описанной около четырехугольника $ABCD$.



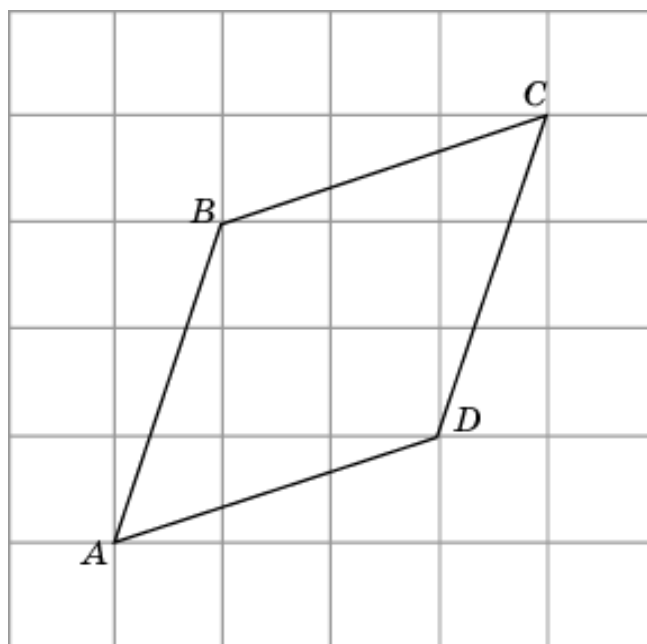
23. Можно ли описать окружность около шестиугольника $ABCDEF$?



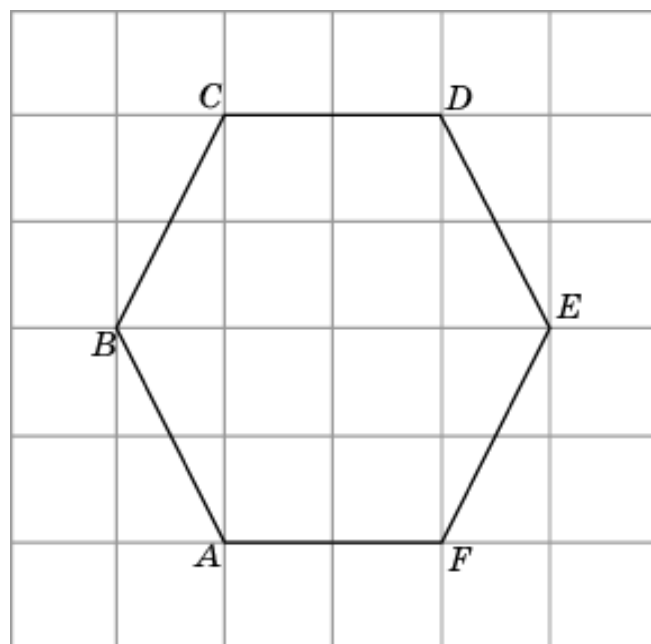
24. Постройте центр окружности, вписанной в треугольник ABC , и найдите ее радиус.



25. Найдите центр и радиус окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$.

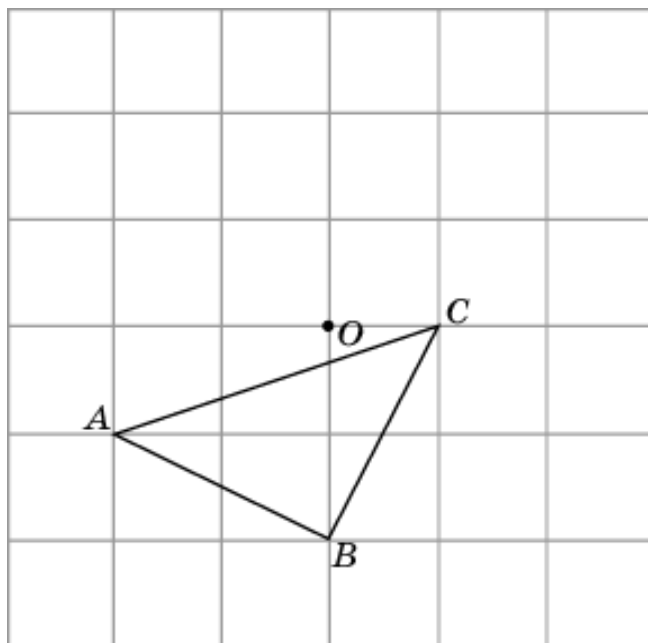


26. Можно ли вписать окружность в шестиугольник $ABCDEF$?

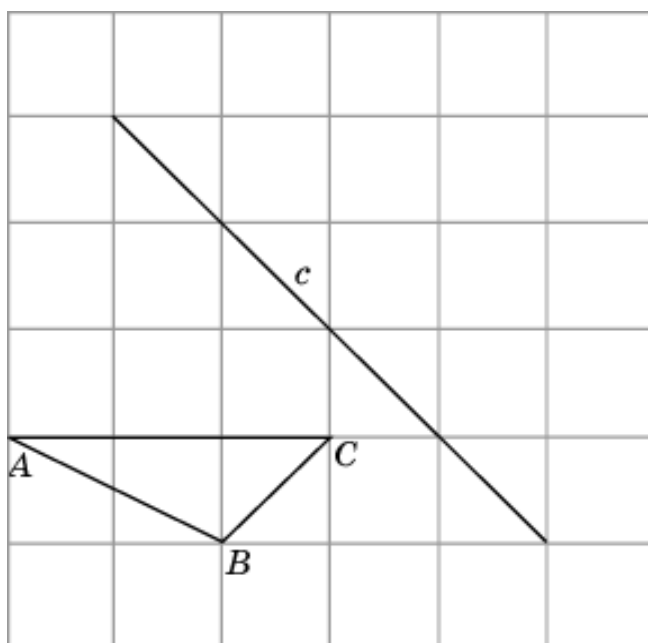


5. Симметрия

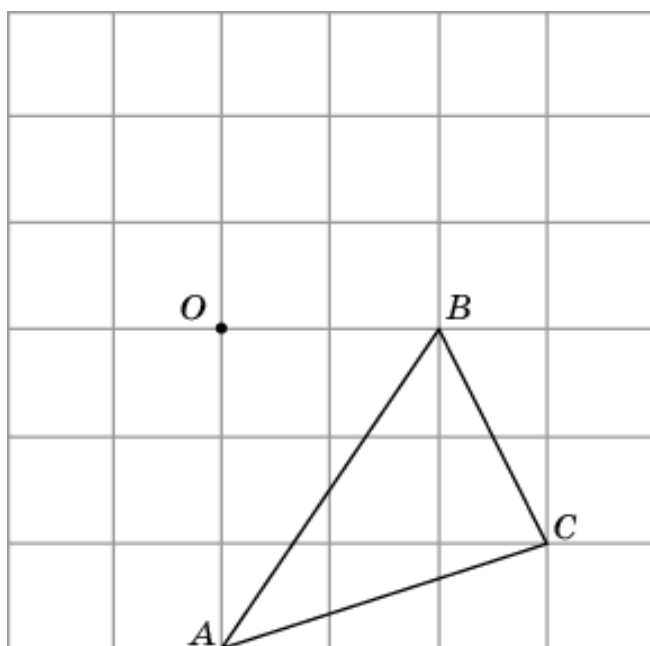
27. Постройте треугольник $A'B'C'$, симметричный треугольнику ABC относительно точки O .



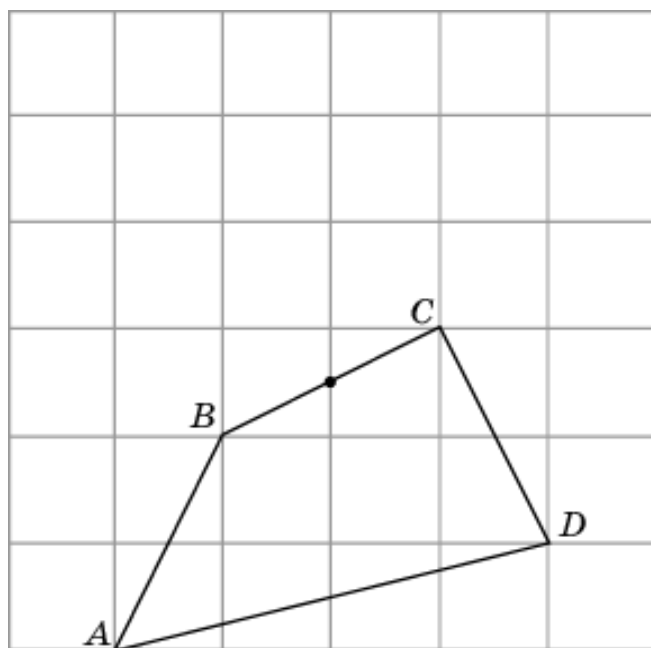
28. Постройте треугольник $A'B'C'$, симметричный треугольнику ABC , относительно прямой c .



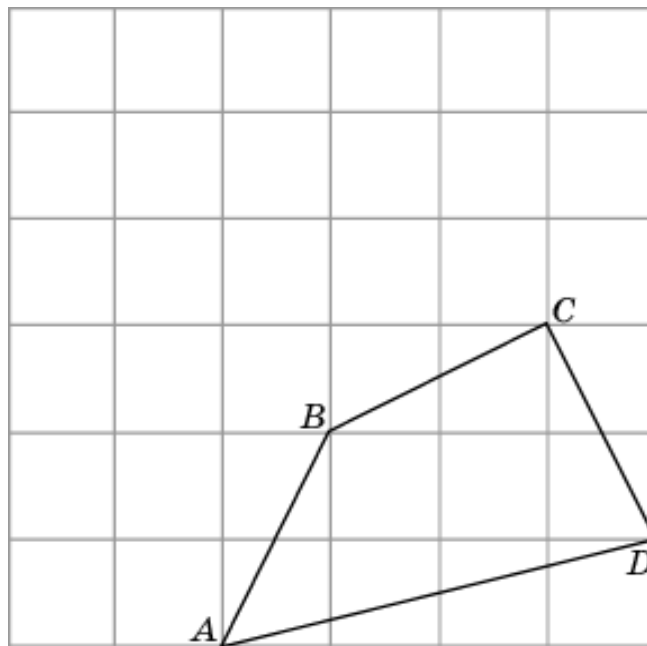
29. Постройте треугольник $A'B'C'$, полученный поворотом треугольника ABC вокруг точки O на угол 90° против часовой стрелки.



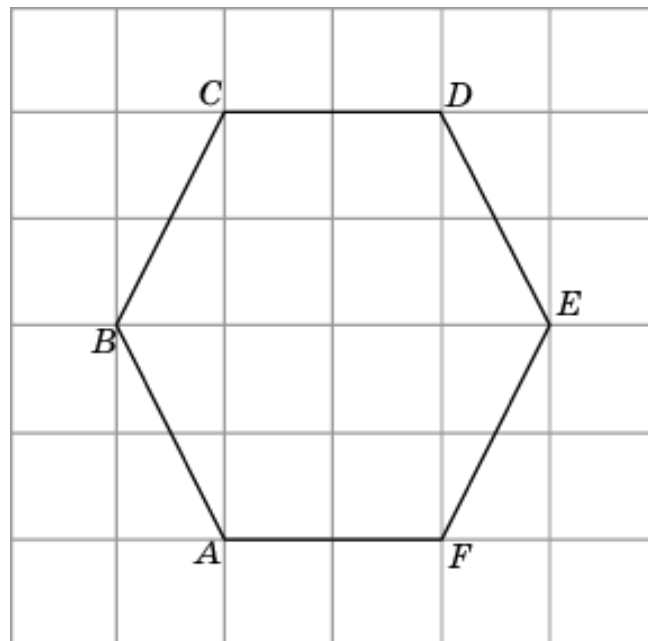
30. Постройте четырехугольник, симметричный четырехугольнику $ABCD$ относительно середины стороны BC .



31. Постройте четырехугольник, симметричный четырехугольнику $ABCD$ относительно стороны BC .

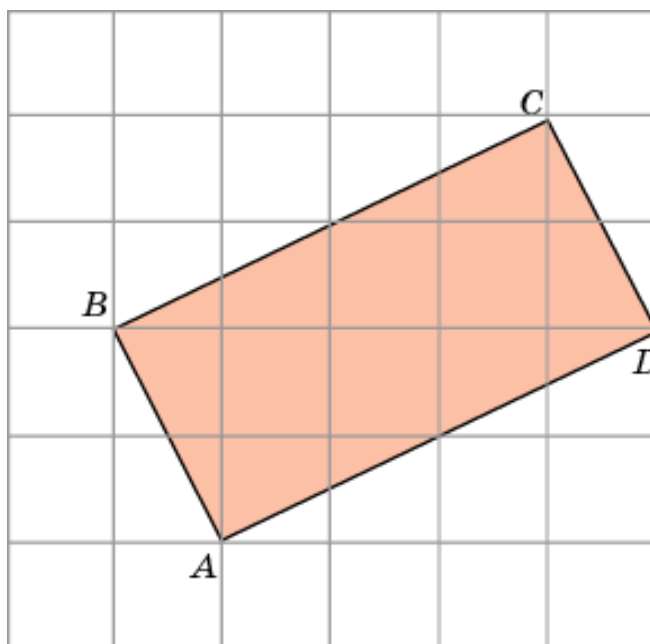


32. Нарисуйте все оси симметрии шестиугольника $ABCDEF$.

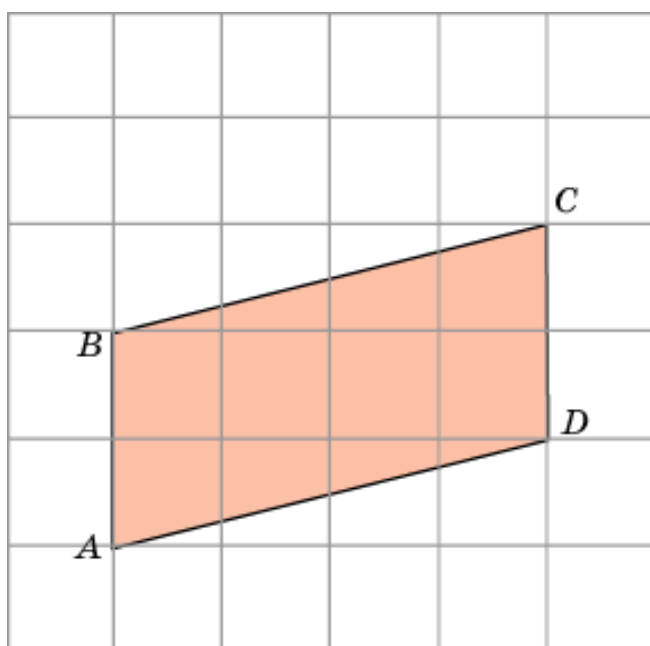


6. Площадь

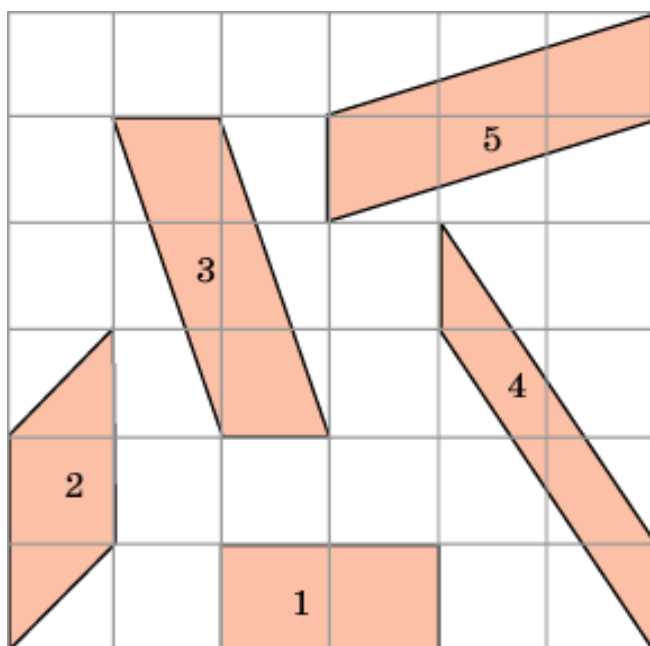
33. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$.



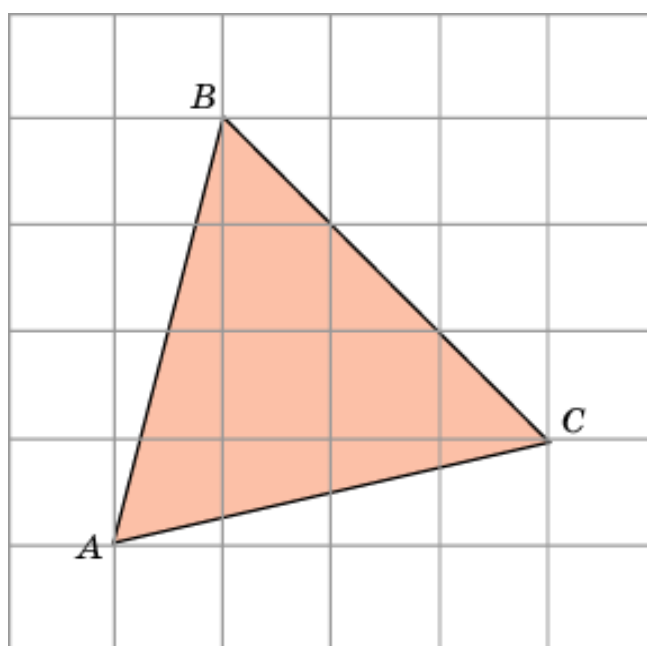
34. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



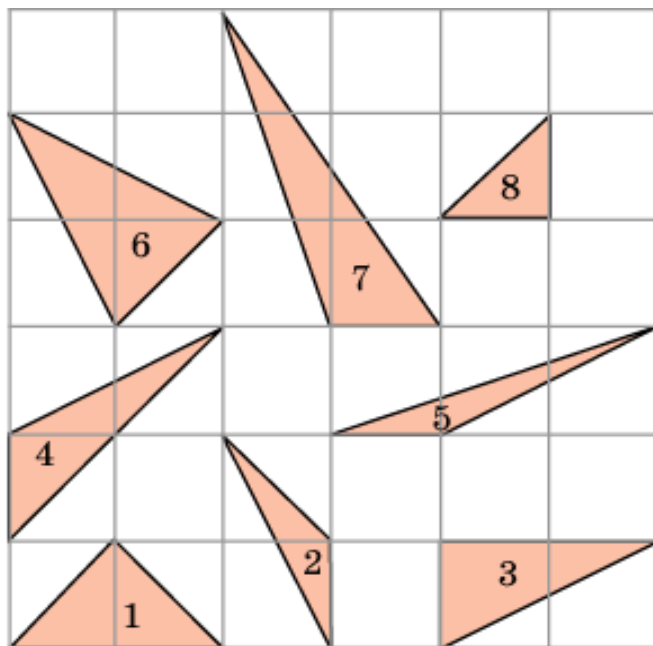
35. Укажите равновеликие параллелограммы.



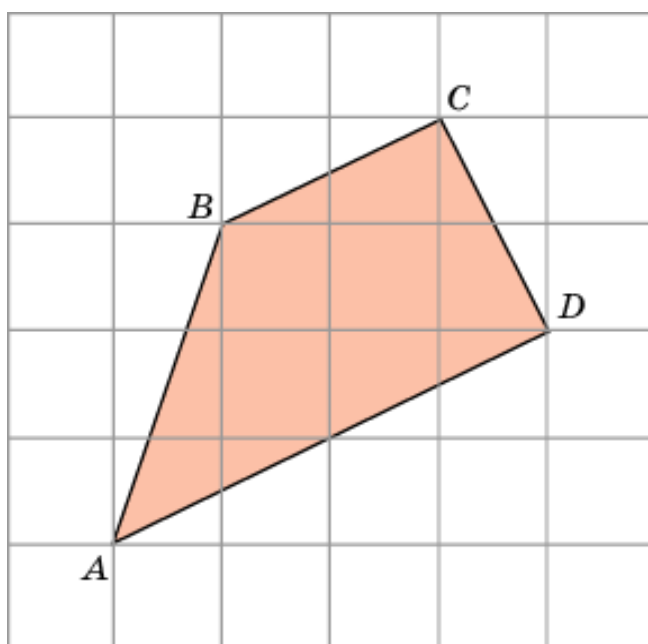
36. Найдите площадь треугольника ABC .



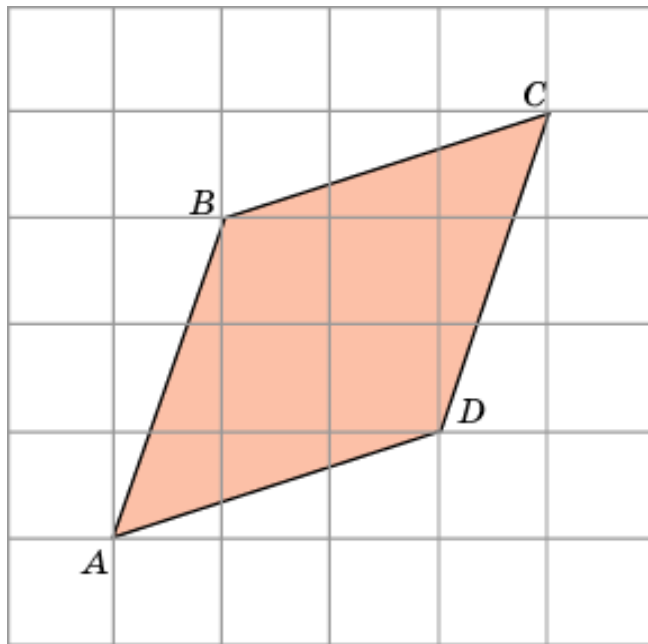
37. Укажите равновеликие треугольники.



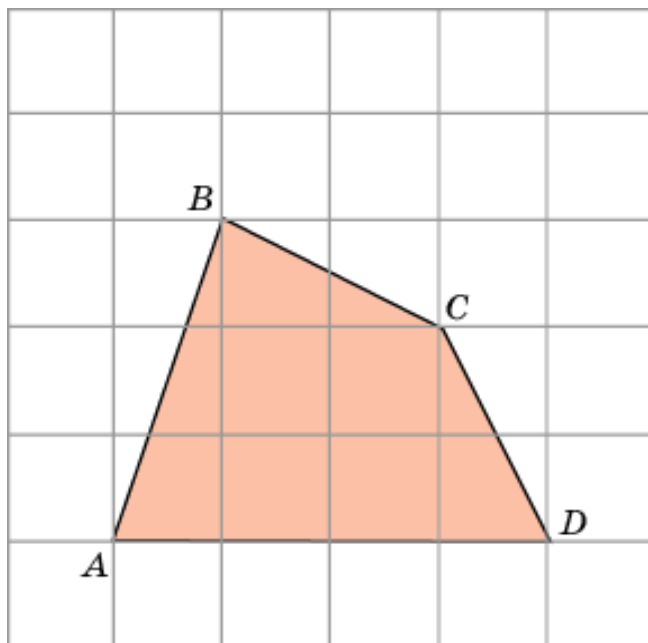
38. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



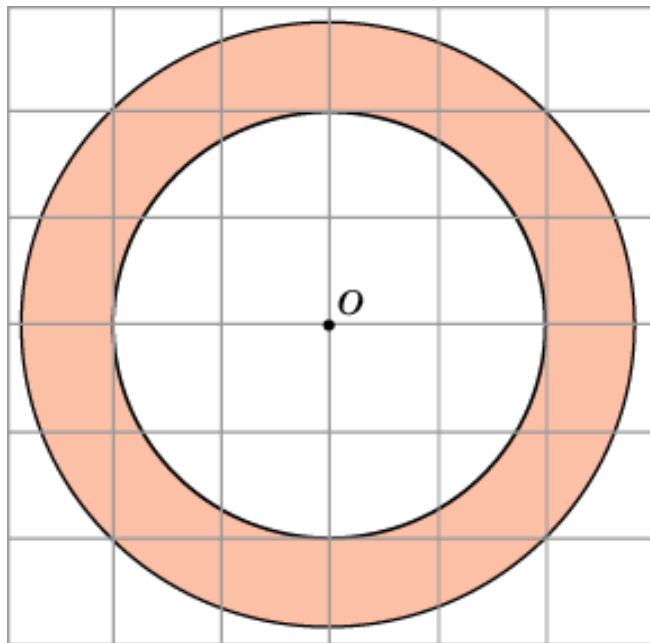
39. Найдите площадь ромба $ABCD$.



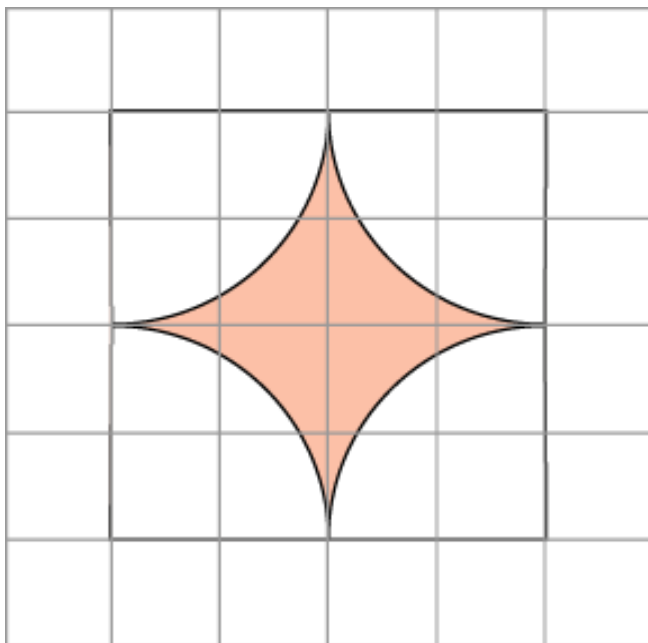
40. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.



41. Найдите площадь кольца.

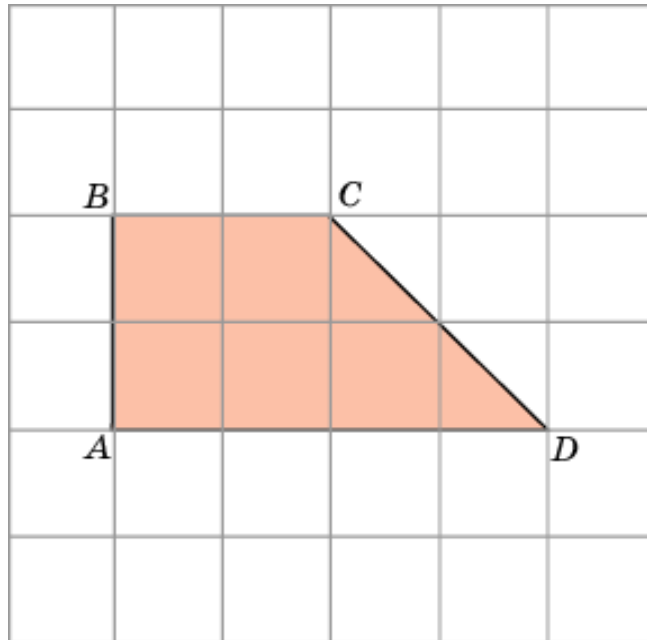


42. Найдите площадь закрашенной фигуры.

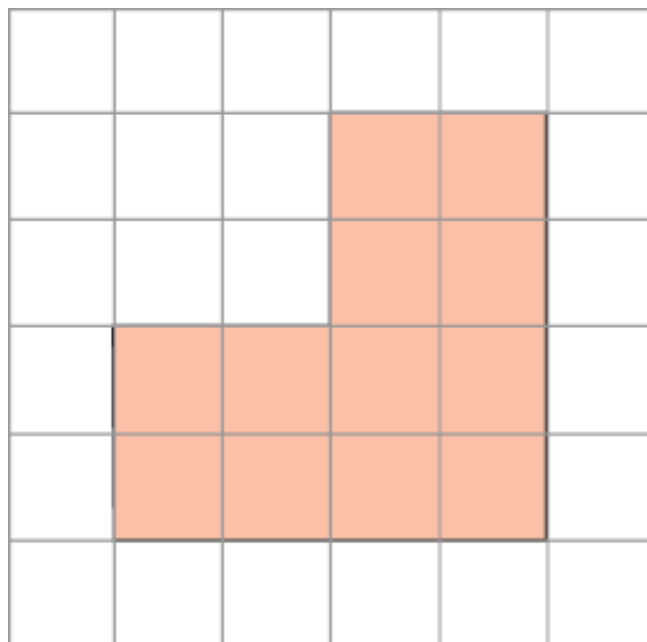


7. Задачи на разрезание

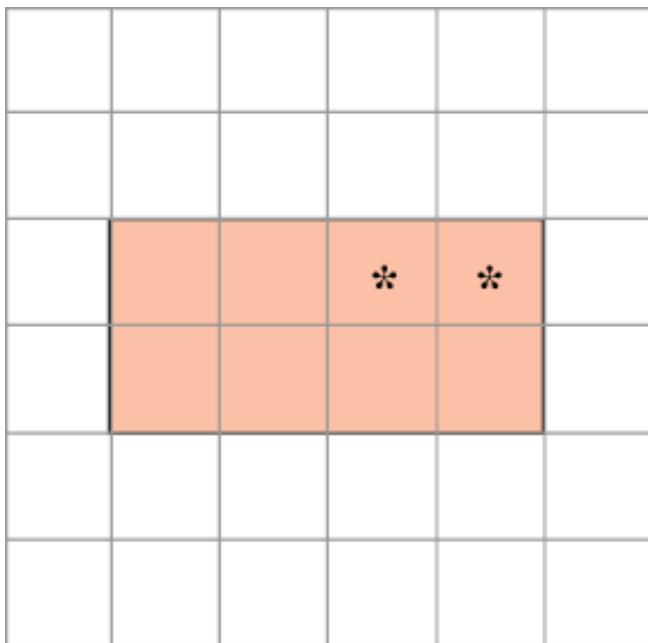
43. Разрежьте трапецию на четыре равные трапеции.



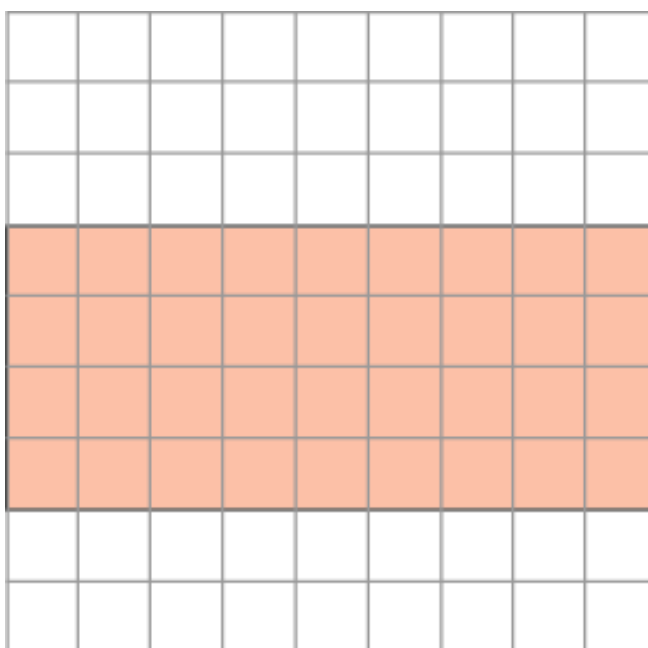
44. Разрежьте закрашенную фигуру на четыре равные части.



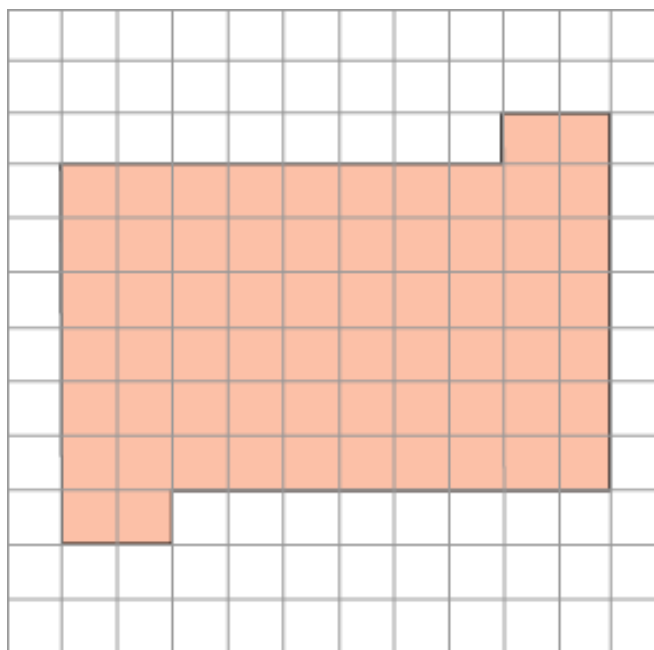
45. Разрежьте прямоугольник на две равные части так, чтобы в каждой из них была звездочка.



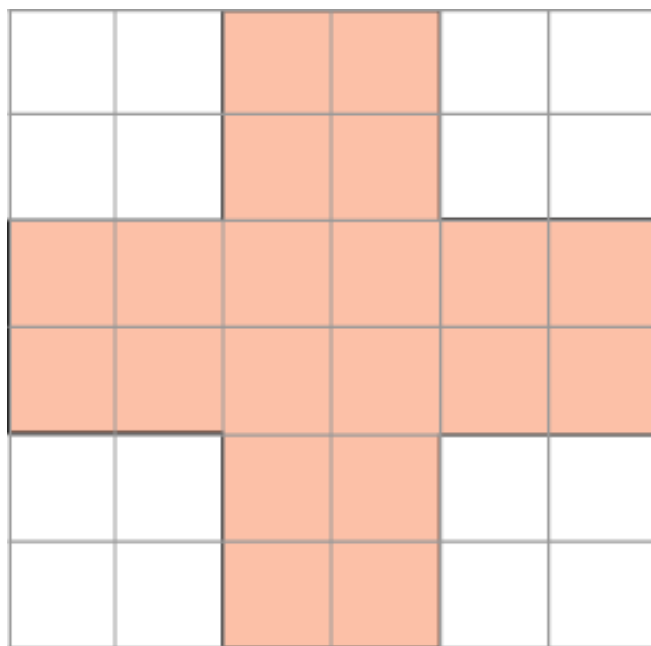
46. Прямоугольник разрежьте на две части, из которых можно сложить квадрат.



47. Восьмиугольник разрежьте на две части, из которых можно сложить квадрат.

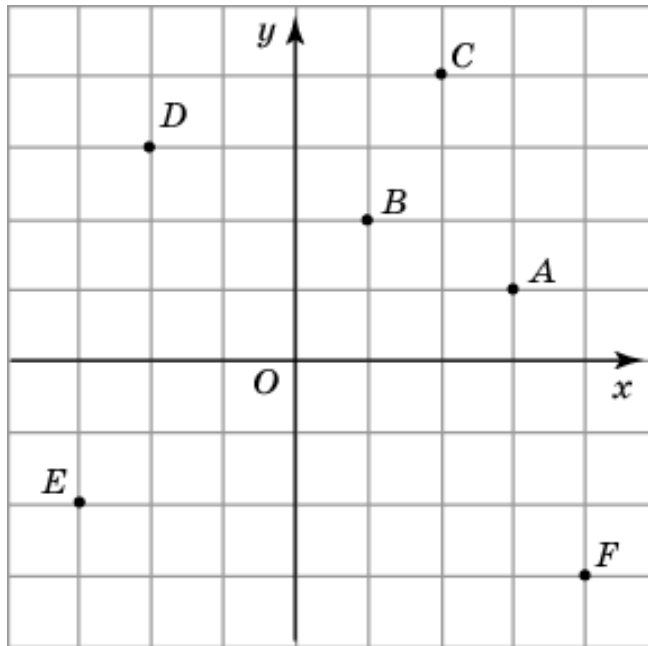


48. Греческий крест разрежьте на несколько частей, из которых можно сложить квадрат.

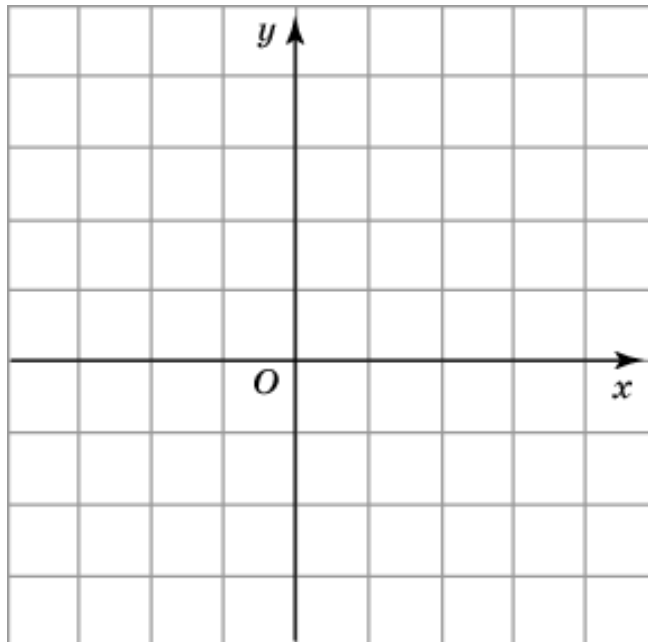


8. Координаты и векторы

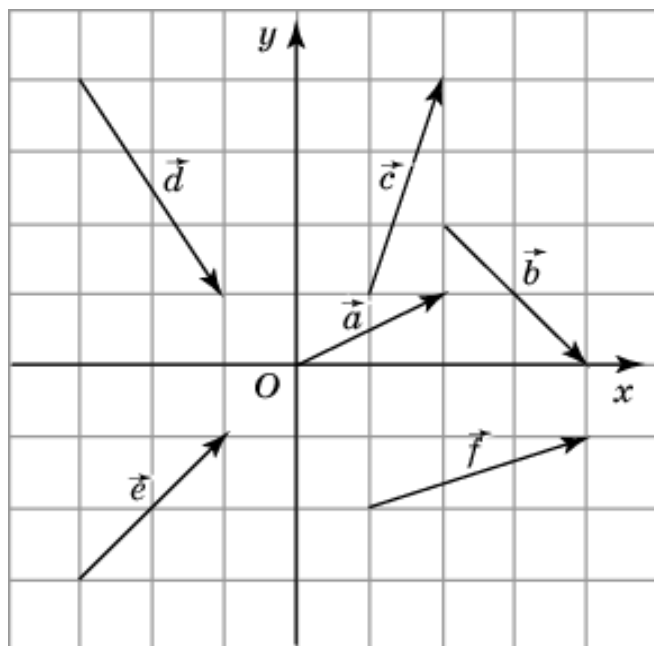
49. Найдите координаты точек A , B , C , D , E , F .



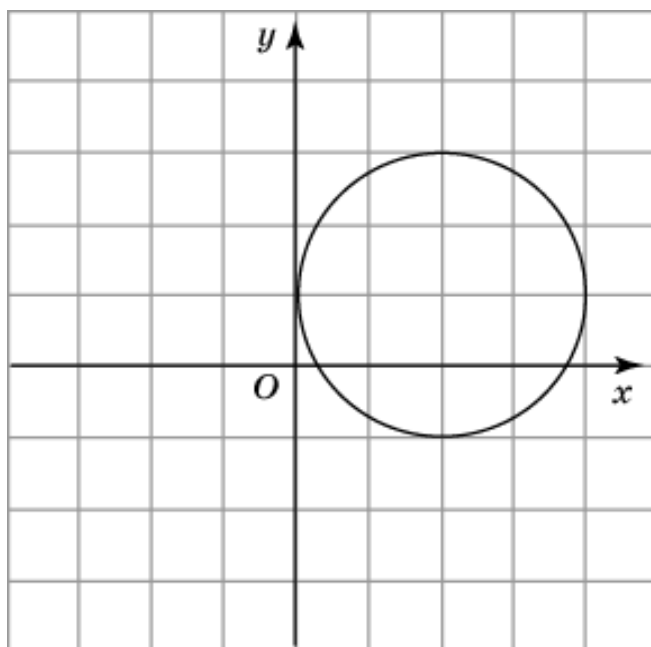
50. Нарисуйте точки $A(2, 1)$, $B(1, 3)$, $C(4, 2)$, $D(-3, 2)$, $E(-2, -3)$, $F(3, -4)$.



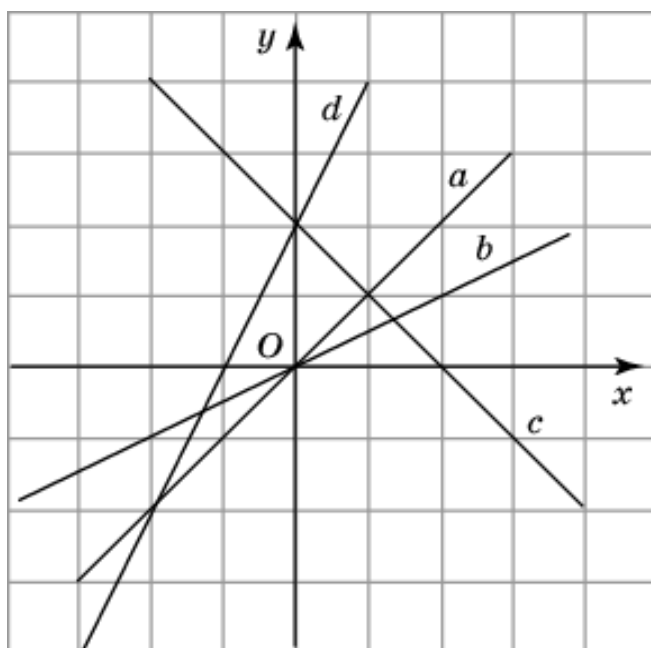
51. Найдите координаты и длины векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} , \vec{e} , \vec{f} .



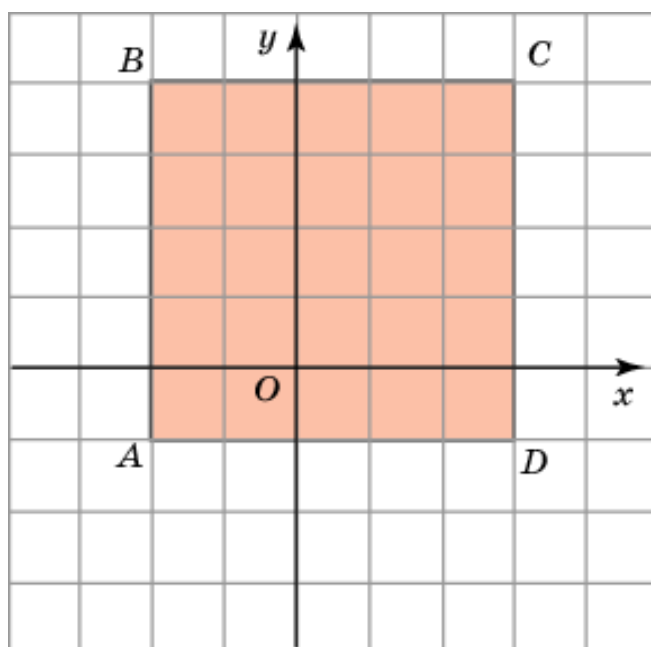
52. Напишите уравнение окружности.



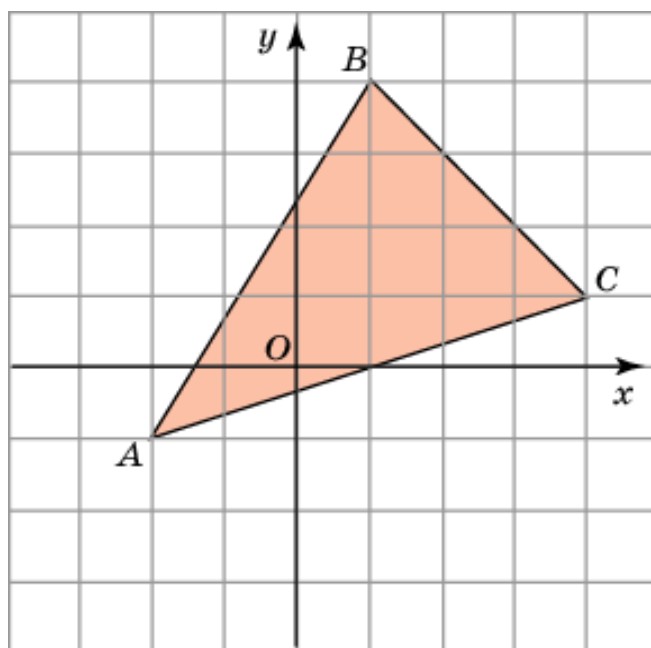
53. Напишите уравнения прямых a, b, c, d .



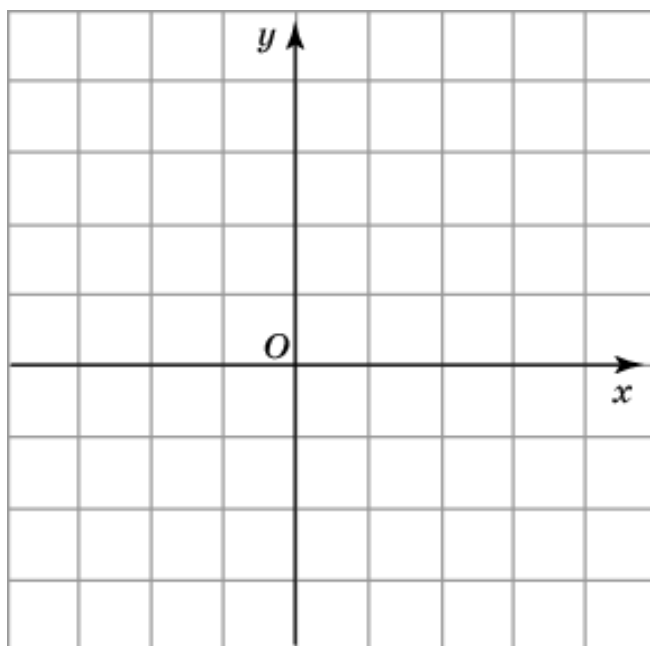
54. Напишите неравенства, которыми задается прямоугольник $ABCD$.



55. Напишите неравенства, которыми задается треугольник ABC .



56. Нарисуйте фигуру на плоскости, задаваемую уравнением $|x| + |y| = 3$.



ОТВЕТЫ

3. 45° . 5. $\sqrt{5}$. 6. $\sqrt{5}$. 9. $\sqrt{8} + \sqrt{13} + \sqrt{17}$. 11. $\sqrt{10}$. 12. $\sqrt{5}$. 13. $2\frac{2}{3}$. 14.

$\sin A = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$, $\operatorname{tg} A = 4$, $\operatorname{ctg} A = \frac{1}{4}$. 15. Три решения. 16. Три

решения. 19. $\sqrt{2}$. 20. Точка A принадлежит внешней области. 21. $\sqrt{5}$.

22. $\sqrt{10}$. 23. Нет. 24. $r = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 25. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$. 26. Нет. 33. 10. 34. 8. 35. 1, 2,

4; 3, 5. 36. 7,5. 37. 1, 3, 4; 2, 5, 8; 6, 7. 38. 7,5. 39. 8. 40. 7,5. 41. 4π . 42. 16

$- 4\pi$. 49. $A(3, 1)$, $B(1, 2)$, $C(2, 4)$, $D(-2, 3)$, $E(-3, -2)$, $F(4, -3)$. 51. $\vec{a}(2, 1)$,

$\vec{b}(2, -2)$, $\vec{c}(1, 3)$, $\vec{d}(2, -3)$, $\vec{e}(2, 2)$, $\vec{f}(3, 1)$; $|\vec{a}| = \sqrt{5}$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{c}|$

$= \sqrt{10}$, $|\vec{d}| = \sqrt{13}$, $|\vec{e}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{f}| = \sqrt{10}$. 52. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$. 53. $a: y$

$= x$; $b: y = \frac{1}{2}x$; $c: y = -x + 2$; $d: y = 2x + 2$. 54. $\begin{cases} -2 \leq x \leq 3, \\ -1 \leq y \leq 4. \end{cases}$ 55.

$$\begin{cases} x + y \leq 5, \\ 3y - 5x \leq 7, \\ 3y - x + 1 \geq 0. \end{cases}$$

СОДЕРЖАНИЕ

1. Прямые и углы	
2. Треугольники	
3. Многоугольники	
4. Окружности	
5. Симметрия	
6. Площадь	
7. Задачи на разрезание	
8. Координаты и векторы	
Ответы	