Критерии отбора задач на выявление математических способностей учащихся

Задача выявления математических способностей школьников состоит не только в том, чтобы установить их наличие, но и в том, чтобы выяснить характер этих способностей, область математики для наиболее эффективного их проявления.

Проблеме выявления математических способностей школьников посвящено много психолого-педагогических исследований, среди которых отметим книги [1, 5, 6].

Принципам отбора содержания школьного математического образования, направленного на интеллектуальное развитие личности, посвящена работа Г. В. Дорофеева [3].

Глубокие идеи, заложенные в этой работе, необычайно актуальны и сегодня, когда идёт перестройка всей методической системы обучения математике, что связано, прежде всего, с формированием условий для раскрытия индивидуальных личностных задатков, склонностей и способностей обучающихся.

Тем не менее, вопросы о том, какие задачи, по каким критериям их следует отбирать, как оценивать результаты их решения остаются одними из важных вопросов для выявления математических способностей школьников.

Здесь мы рассмотрим некоторые критерии отбора задач для выявления математических способностей.

1. Критерий новизны, который означает, что предлагаемые задачи должны быть новыми для учащихся, причём, не только в том смысле, что учащиеся не встречались с ними ранее, но и в том, что они не были знакомы с методами, позволяющими решить эти задачи.

Рассмотрим, например, задачу на нахождение суммы $1+2+\ldots+100$, которую связывают с именем К. Ф. Гаусса, которую можно предлагать учащимся, начиная с 5-го класса.

Если учащиеся знают формулу арифметической прогрессии, то эта задача является стандартной.

Если же учащиеся не знают этой формулы и сами догадаются, как найти данную сумму, то это может свидетельствовать об их математических способностях.

Критерий новизны может предполагать введение новых определений непосредственно в условие задачи. В качестве примера приведём следующую задачу.

Будем называть окраску граней многогранника правильной, если его соседние грани окрашены в разные цвета. Какое наименьшее число цветов потребуется для правильной окраски граней куба?

Непосредственная проверка показывает, что искомое число цветов равно 3.

2. Критерий научной значимости, означающий, что в качестве задач на выявление математических способностей могут быть взяты задачи, имеющие определённую научную значимость, приведшие к новым открытиям, разработке новых методов, созданию новых направлений в математике.

В качестве примера приведём задачу Эйлера о Кёнигсбергских мостах, которую можно предлагать учащимся, начиная с 5-го класса.

В г. Кёнигсберге (ныне Калининград) было семь мостов через реку Прегель (рис. 5.1). Можно ли, прогуливаясь по городу, пройти через каждый мост ровно один раз?

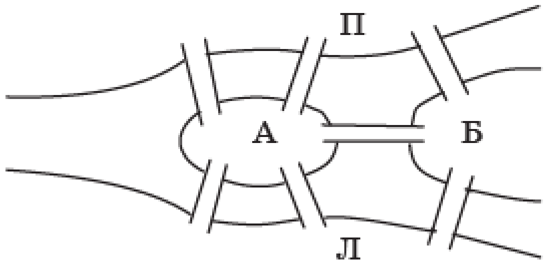

Рис. 5.1

Эта задача связана с другими головоломками, суть которых заключается в том, чтобы обвести контур некоторой фигуры, не отрывая карандаша от бумаги и не обводя ни одной линии контура дважды, т. е. "нарисовать одним росчерком". Такие контуры образуют так называемые уникурсальные графы.

Задаче о Кёнигсбергских мостах Л. Эйлер посвятил целое исследование, которое в 1736 году было представлено в Петербургскую Академию наук.

3. Критерий доступности, учитывающий не только уровень знаний, но и уровень развития школьников. Так, например, для выявления математических способностей учащихся 5-6 классов подходят задачи на смекалку из книг А. П. Доморяда, Б. А. Кордемского, Я. И. Перельмана, задачи для младших школьников из журнала «Квант» и мн. др. Для учащихся 7-11 классов можно использовать книги серий Популярные лекции по математике», «Библиотечка Квант», «Библиотечка физико-математической школы», «Библиотека Математическое просвещение» и др.

При этом особенно важно, чтобы решения задач не предполагали специальных знаний или специальной подготовки. Многие олимпиадные задачи не удовлетворяют этому критерию. Например, задачи с параметром, которые часто предлагают на олимпиадах, требуют знания специальных методов и определённых навыков решения этих задач.

4. Исследовательский критерий, означающий, что задачи на выявление математических способностей должны носить исследовательский характер.

В качестве примера исследовательской задачи рассмотрим задачу Герона, которую можно предлагать учащимся 7-го класса.

Даны прямая c и две точки A и B, лежащие от неё по одну сторону. На прямой c найдите точку C, сумма расстояний от которой до точек A и B наименьшая.

Для решения этой задачи используются только признаки равенства треугольников и неравенство треугольника.

5. Экспертный критерий, предполагающий положительную экспертную оценку задачи, с точки зрения её эффективности выявления математических способностей школьников.

Так, в книге одного из выдающихся отечественных математиков В. И. Арнольда [2] представлены задачи, собранные им из разных источников, и которые, могут быть использованы для выявления математических способностей школьников.

Среди этих задач имеется старинная задача о волке, козе и капусте [4] и др.

6. Критерий вариативности, означающий, что учащемуся нужно предлагать задачи из различных областей математики и различными видами деятельности. Интерес учащегося к той или иной задаче, к тому или иному виду деятельности свидетельствует о его склонностях к той или иной области математики, способностях к тому или иному виду деятельности. Например, учащемуся могут нравиться геометрические или алгебраические задачи, могут нравиться задачи на доказательство или задачи на моделирование и т. п.

Следует также учитывать, что каждая задача носит локальный характер и выявляет малую часть математических склонностей и способностей. Если учащийся не решил предлагаемую задачу, то это не означает, что у него нет математических способностей. Это означает, что данная задача не относится к его интересам, или не входит в область его способностей, или имеются какие-то другие причины. Для выявления математических способностей нужна система задач, относящихся к возможно большему числу областей математики и видов деятельности.

7. Временной критерий, показывающий, сколько времени требуется учащемуся для решения задачи, тем самым, выявляя качества мышления, которыми обладает учащийся, является он «спринтером» или «стайером». При этом «стайерские» качества мышления для профессии математика нужнее «спринтерских», так как, как правило, задачи, с которыми приходится иметь дело математику, требуют много времени для решения. Поэтому предпочтительнее предлагать учащимся задачи на выявление математических способностей для домашней работы с неограниченным временем работы.

В этом смысле олимпиады не вполне подходят для выявления математических способностей, по крайней мере, по двум причинам. Первая – ограниченность времени решения задач, требующая «спринтерских» качеств мышления, а для математика не менее важными являются «стайерские» качества. Вторая – наличие большого количества задач на олимпиаде требует многократного переключения внимания школьников, а в работе математика требуется сосредоточенность на одной задаче в течение длительного промежутка времени.

Следует иметь в виду, что мы не можем со 100% уверенностью определить наличие или отсутствие математических способностей. Оценку того, есть или нет у школьника математические способности, в первую очередь, должен давать себе сам ученик, основываясь на следующих факторах:

а) интересно ли ему решать математические задачи, какая область математики является наиболее интересной;

б) сколько времени он может решать одну задачу до получения положительного результата;

в) каковы его результаты решения задач, к какой области математики они относятся.

Литература

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: МЦНМО, 2001.
2. Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15. – М.: МЦНМО, 2004.
3. Дорофеев Г. В. О принципах отбора содержания школьного математического образования//Математика в школе. – 1990. – № 6. – С. 2–5.
4. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. – 9-е изд. – М.: Наука, 1991.
5. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. – М.: Просвещение, 1968.
6. Торндайк Э. Л. Психология арифметики. – М.: Учпедгиз, 1932.