О НАУЧНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ШКОЛЬНОГО КУРСА ГЕОМЕТРИИ

В. А. Смирнов, доктор физ.-мат. наук, профессор (*Россия, Москва*)
Московский педагогический государственный университет
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
И. М. Смирнова, доктор пед. наук, профессор (*Россия, Москва*)
Московский педагогический государственный университет
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В статье формулируются требования к построению школьного курса геометрии на научной основе; анализируются учебники геометрии с точки зрения выполнения этих требований.
***Ключевые слова*:** научный подход, школьный курс геометрии.

ON A SCIENTIFIC APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF A SCHOOL COURSE OF GEOMETRY

V. A. Smirnov, doctor of physics and mathematics sciences, full professor
(*Russia*, *Moscow*) Moscow State Pedagogical University
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
I. M. Smirnova, doctor of pedagogical sciences, full professor
(*Russia*, *Moscow*) Moscow State Pedagogical University
i-m-smirnova@yandex.ru

Astract. The article formulates the requirements for building a school geometry course on a scientific basis; geometry textbooks are analyzed from the point of view of the fulfillment of these requirements.
***Keywords*:** scientific approach, school geometry course.

Здесь мы рассмотрим два основных подхода к построению школьного курса геометрии, предлагаемые в учебниках геометрии [1-5].

1. Подход, при котором допускаются нестрогие определения, использующие рисунок, и нестрогие доказательства, использующие перегибания листа бумаги, наложение и др. Он реализован в учебниках [1, 2].

2. Подход построенный на научной основе, при котором формулируются аксиомы геометрии, даются строгие математические определения основных понятий, основанных на аксиомах, приводятся строгие математические доказательства. Он реализован в учебниках в учебниках [3-5].

Академик А. Н. Колмогоров в приложении к учебнику геометрии [3] писал:

«Логически строгий курс геометрии строится следующим образом:

1. Перечисляются основные геометрические понятия, которые вводятся без определений.

2. Формулируются аксиомы.

3. При их помощи даются определения всех остальных геометрических понятий.

4. На основе аксиом и определений все дальнейшие геометрические предложения доказываются».

Научный подход предполагает строгие определения основных понятий геометрии, основанные на аксиомах. Учащиеся должны понимать, что такое определение, уметь: формулировать определения; распознавать верные и неверные определения; приводить примеры и контрпримеры; устанавливать объект по его определению; по данному объекту формулировать его определение.

Нестрогие определения, опирающиеся на рисунок, не вполне соответствуют этому требованию. Например, в учебнике [2] при введении отрезка написано следующее.

«На рисунке 20 изображена прямая *a*, проходящая через точки *A* и *B*. Эти точки ограничивают часть прямой *a*, выделенную синим цветом. Такая часть прямой вместе с точками *A* и *B* называют отрезком.»

Конечно, этот текст не является математическим определением отрезка, которое должны знать учащиеся. То же самое относится к определениям луча, многоугольника и других фигур.

В учебниках [3-5] даны математические определения отрезка, луча и др. фигур, основанные на аксиомах.

Важным требованием к вводимым определениям является соответствие целям их использования, согласованность с приводимыми доказательствами.

В качестве примера такого несоответствия приведём определение выпуклого многоугольника в учебнике [2], которое нужно только для доказательства теоремы о сумме углов выпуклого многоугольника.

В этом учебнике многоугольник называется выпуклым, если все его углы меньше развёрнутого угла. В доказательстве теоремы используется то, что диагонали многоугольника, проведённые из одной вершины, разбивают его на треугольники. Однако обоснование этого не приводится. Исходя из данного определения, сделать это довольно трудно.

Гораздо более удобным для доказательства этой теоремы является следующее определение выпуклости, данное в учебнике [5], которое может быть распространено на произвольные фигуры на плоскости и в пространстве.

Выпуклым многоугольником называется многоугольник, который вместе с любыми двумя своими точками содержит и соединяющий их отрезок.

В этом случае то, что диагональ выпуклого многоугольника целиком в нём содержится, следовательно, разбивает его на два многоугольника, легко доказывается.

Ещё одним требованием к определениям является их соответствие определяемому понятию, способствующее формированию представлений учащихся о вводимом понятии. Поясним сказанное на примере.

В учебниках [1] и [2] понятие площади определяется только для многоугольников. В результате понятие площади фигуры формируется лишь частично. Остаётся неясным, имеют ли площадь фигуры, отличные от многоугольников. Например, фигура, состоящая из двух квадратов, или квадрат, из которого вырезан другой квадрат, ведь они не являются многоугольниками.

Важным условием научности школьного курса геометрии является строгость приводимых доказательств.

Академик А. В. Погорелов в одном из первых изданий своего учебника по геометрии для средней школы писал о том, что «главная задача преподавания геометрии в школе — научить учащихся логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать; очень немногие из оканчивающих школу будут математиками, тем более геометрами; будут и такие, которые в своей практической деятельности ни разу не воспользуются теоремой Пифагора; однако вряд ли найдётся хотя бы один, которому не придётся рассуждать, анализировать, доказывать».

Учащиеся должны понимать, что такое доказательство, уметь: проводить доказательства свойств и теорем, содержащихся в учебнике геометрии; распознавать верные и неверные утверждения; находить ошибки в доказательствах; приводить примеры и контрпримеры; решать задачи на доказательства.

В различных учебниках геометрии вопрос об уровне строгости доказательств решается по-разному.

В учебниках [1, 2] в качестве доказательств допускаются нестрогие рассуждения, использующие рисунок, перегибания листа бумаги, наложение и др. Например, в учебнике [1] при обосновании того, что две прямые, перпендикулярные третьей, не пересекаются, используется перегибание рисунка, хотя строгое доказательство этого утверждения не является сложным и опирается на теорему о внешнем угле треугольника.

Научный подход к построению школьного курса геометрии не означает игнорирования принципа доступности. Все приводимые доказательства должны быть доступными и воспроизводимыми учащимися.

К сожалению, это не всегда выполняется. Например, доказательство формулы площади квадрата, данное в учебнике [1], занимает около двух страниц, использует предельный переход и выходит за рамки школьного курса геометрии. Предпочтительнее, на наш взгляд, принять формулу площади прямоугольника в качестве одного из свойств площади. Это соответствовало бы историческому пути развития геометрии и современным подходам к определениям площади (меры Жордана) и меры Лебега, которые используются в ВУЗах.

Одним из требований к структуре учебника геометрии является её соответствие структуре геометрии, как науки.

Геометрия разделяется на абсолютную геометрию, не использующую аксиому параллельных, и геометрию, использующую эту аксиому. В соответствии с этим построен учебник [6], в котором сначала излагается абсолютная геометрия, формулируются и доказываются признаки равенства треугольников, признаки и свойства равнобедренных треугольников, соотношения между сторонами и углами треугольника, неравенство треугольника. признаки равенства прямоугольных треугольников и др., а только затем вводится аксиома параллельных и рассматриваются соответствующие свойства и теоремы.

Такая структура используется и в учебнике [5]. Она позволяет сформировать представления о том, какие свойства и теоремы геометрии зависят от аксиомы параллельных, а какие нет. На основе этих представлений могут изучаться и другие геометрии, например, геометрия Лобачевского, сферическая геометрия и др.

Список литературы

1. Атанасян Л. С. и др. Геометрия. 7-9 классы: учебн. для общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2022.
2. Мерзляк А. Г. и др. Геометрия. 7, 8, 9 классы: учебн. для учащихся общеобразовательных организаций. – М.: Просвещение, 2022.
3. Колмогоров А. Н. и др. Геометрия: учебное пособие для 6-8 классов средней школы. – М.: Просвещение, 1979.
4. Погорелов А. В. Геометрия. 7-9 классы: учебн. для общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2022.
5. Смирнов В. А., Смирнова И. М. Геометрия. 7, 8, 9 классы: учебн. для общеобразоват. учреждений. – М.: Просвещение, 2022.
6. Киселев А. П. Геометрия. Часть первая. Планиметрия / под ред. Н. А. Глаголева. – 19-е изд. – М.: Учпедгиз, 1960.