

О ПРИМЕРНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ». 7–9 КЛАССЫ

В статье рассматривается вопрос о том, как должна выглядеть примерная рабочая программа учебного курса геометрии для 7–9 классов. Актуальность этого вопроса объясняется принятием Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) [1] и опубликованной примерной рабочей программой основного общего образования, разработанной Институтом стратегии развития образовательных технологий Российской академии образования [2], которые задают направление развития школьного математического образования в XXI веке.

Новый стандарт отличается от своих предшественников тем, что не включает в себя содержание обучения по отдельным предметам. Он устанавливает требования к результатам обучающихся, освоивших программу основного общего образования: личностным; метапредметным; предметным.

Предметные результаты по математике в 7–9 классах подразделяются на базовый и углублённый уровни. Мы не являемся сторонниками такого разделения. Оно может привести к тому, что углублённый уровень останется у физмат-классов, а в обычных классах будет базовый уровень. При этом мы можем потерять часть способных к математике учащихся, имеющих в каждом классе. Кроме того, есть учащиеся с общими хорошими способностями. В основной школе они ещё не могут определиться с их будущей профессией и могут выбрать не тот уровень обучения математике, который им понадобится в дальнейшем.

Надеемся, что разделение обучения на базовый и углублённый уровни приведёт не к снижению качества обучения

на базовом уровне, а к его повышению на углублённом уровне.

Помимо разделения предметных результатов на базовый и углублённый уровни стандарт предусматривает модульный принцип представления содержания обучения, при котором оно разбивается на модули, включающие в себя части содержания образования, в пределах которых осуществляется освоение относительно самостоятельного тематического блока учебного предмета или учебного курса, либо нескольких взаимосвязанных разделов со своими целями и результатами обучения.

Планируется, что содержание обучения будет включено в примерные рабочие программы по отдельным предметам. Именно на основе этих программ будут готовиться учебники для основной школы.

Одним из основных достоинств предлагаемой программы является её предметность. Содержание программы по математике в основном соответствует действующим учебникам по математике для 5–9 классов.

С другой стороны, приведённая выше примерная программа не вполне соот-

ветствует ФГОС ООО. В частности, она не разделена на базовый и углублённый уровень; её содержание в части геометрии не структурировано по модулям; она не содержит учебного материала воспитательного характера, которому в Стандарте уделяется повышенное внимание.

Вызывает вопросы последовательность расположения в этой программе геометрического материала.

Так, например, тема «Симметричные фигуры, основные свойства осевой симметрии» расположена в самом начале изучения геометрии в 7-м классе до признаков равенства треугольников и до свойств окружности, без которых доказать свойства осевой симметрии невозможно. Кроме того, эта тема никак не связана с остальными темами содержания геометрии 7-го класса и может быть перенесена в раздел «Преобразования плоскости».

Тема «Основные построения с помощью циркуля и линейки» рассматривается до признаков равенства треугольников, без которых невозможно обосновать ни одно построение. Лучше расположить эту тему в конце седьмого класса после признаков равенства треугольников и свойств окружности.

Тема «Неравенство треугольника» также рассматривается до признаков равенства треугольников, без которых невозможно доказать это неравенство.

Тема «Средние линии треугольника и трапеции» изучается после теоремы Фалеса и теоремы о пропорциональных отрезках. Лучше поставить эту тему перед данными теоремами, так как их доказательство следует из теорем о средних линиях треугольника и трапеции, для которых имеются строгие доказательства.

Тема «Взаимное расположение двух окружностей» расположена в конце восьмого класса, но без неё нельзя обосновать

построения с помощью циркуля и линейки, которые рассматриваются в седьмом классе. Кроме того, эта тема не связана с остальными темами содержания геометрии 8-го класса и может быть перенесена в конец 7-го класса перед темой «Построения с помощью циркуля и линейки».

Формулы для площадей треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции рассматриваются в 8-м классе до введения тригонометрических функций тупого угла, которые изучаются в 9-м классе. В этом случае нельзя, например, воспользоваться формулой площади треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C,$$
 поскольку угол C может быть тупым.

Отношение площадей подобных фигур рассматривается до понятия подобия фигур.

Преобразование подобия рассматривается в девятом классе до понятия движения. В этом случае невозможно доказать некоторые свойства подобных фигур, например, следующее: любые два квадрата подобны и др.

Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной не используют тригонометрические функции и преобразование подобия. Они основываются только на признаках подобия треугольников. Поэтому лучше расположить эти теоремы в теме «Подобие треугольников».

Темы «Длина окружности» и «Площадь круга» расположены после темы «Декартовы координаты на плоскости». Обычно указанные темы следуют в обратном порядке.

Понятию движения отводится место в самом конце программы. Лучше расположить его в разделе «Преобразования плоскости» перед понятием подобия.

Восьмой класс оказался сильно перегруженным. Здесь и четырёхугольники, и теоремы о средних линиях и пропорциональных отрезках, и подобие треугольников, и площадь фигур, и теорема Пифагора, и тригонометрические функции, и вписанные и описанные многоугольники. В то же время, заметим, в девятом классе материала явно недостаточно. Фактически, здесь представлены только решение треугольников, координаты и векторы.

Некоторых вопросов, которые имеются в учебниках геометрии и указаны в Стандарте, в предлагаемом проекте рабочей программы не оказалось. Среди них следующие вопросы.

1. Равенство отрезков, длина отрезка, измерение длин отрезков.
2. Равенство углов, градусная величина угла, измерение величин углов.
3. Угол между прямыми.
4. Периметр многоугольника.
5. Аксиома параллельных.
6. Сумма углов выпуклого многоугольника.
7. Расстояния: между двумя точками; от точки до прямой; между двумя параллельными прямыми.
8. Замечательные точки треугольника.
9. Площадь прямоугольника.
10. Площадь многоугольника.
11. Равенство фигур.
12. Равновеликие и равносторонние фигуры.
13. Подобие фигур.
14. Координаты середины отрезка.
15. Формула расстояния между двумя точками на координатной плоскости.

Отсутствует разделы «Логика и множества», «Математика в историческом развитии», которые были в Примерной основной образовательной программе основного общего образования 2010 г. [3].

Вместе с тем, в проект программы

включены следующие вопросы, носящие частный характер, обычно содержащиеся в учебниках геометрии в качестве задач.

1. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе.
2. Прямоугольный треугольник с углом в 30° .
3. Метод удвоения медианы.
4. Центр масс.
5. Вычисление площадей треугольников и многоугольников на клетчатой бумаге.
6. Общие касательные к двум окружностям и др.

Некоторые формулировки проекта рабочей программы (в части «Геометрия») нуждаются в уточнении.

1. Угол между касательной и хордой.
Лучше написать: «Угол между касательной к окружности и хордой, проведённой через точку касания».
2. Углы между хордами и секущими.
Лучше написать: «Углы с вершинами внутри окружности и вне окружности, стороны которых пересекают эту окружность».
3. Подобие соответственных элементов.
Неясно, о каких соответственных элементах идёт речь.
4. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной.
Лучше уточнить, о каких хордах и секущих идёт речь.

Учитывая вышеизложенное, предлагаем для обсуждения проект содержания учебного курса геометрии 7–9 классов, в котором сделана соответствующая корректировка.

Содержание программы структурировано по модулям. Материал, относящийся к углублённому уровню, а также дополнительный научно-популярный материал отмечен звёздочкой (*).

7 класс

Начала геометрии

История возникновения и развития геометрии. *Начальные аксиомы геометрии. Основные геометрические фигуры и их свойства. Точка, прямая. Взаимное расположение точек на прямой. Отрезок и луч. Равенство отрезков. Измерение длины отрезка. Исторические сведения об измерении расстояний.

Полуплоскость и угол. Виды углов: прямой угол, острые и тупые углы, развёрнутый угол, смежные и вертикальные углы. Равенство углов. Биссектриса угла. Угол между прямыми. Параллельные и перпендикулярные прямые. Измерение величин углов. Исторические сведения об измерении углов.

Ломаные. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники.

Треугольники

Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние (правильные). Медиана, биссектриса и высота треугольника.

Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников. Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной.

Прямоугольные треугольники. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. *Задача Герона.

Окружность.

Геометрические места точек

Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности. Взаимное расположение двух окружностей.

Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Биссектриса угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек. *Кривые, как геометрические места точек; парабола, эллипс, гипербола.

Построения с помощью циркуля и линейки. Примеры задач на построение.

*Использование компьютерных программ для изображения геометрических фигур и проведения дополнительных построений.

Параллельность.

Сумма углов многоугольника

Аксиома параллельных прямых. Свойства и признаки параллельных прямых. Исторические сведения.

Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма углов выпуклого многоугольника.

8 класс

Четырёхугольники

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Средняя линия треугольника. Трапеция. Равнобедренная трапеция, её свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции. Теорема Фалеса. *Теорема о пропорциональных отрезках.

Углы и многоугольники, связанные с окружностью

Центральные и вписанные углы окружности. *Угол между касательной и хордой, проведённой в точку касания. *Угол с вершиной внутри окружности. *Угол с вер-

шиной вне окружности, стороны которого пересекают эту окружность или касаются её. Вписанные и описанные треугольники. *Вписанные и описанные четырёхугольники. Вписанные и описанные правильные многоугольники.

Замечательные точки и линии треугольника

Замечательные точки треугольника: точка пересечения медиан (центроид); точка пересечения биссектрис (центр вписанной окружности); точка пересечения высот или их продолжений (ортоцентр); точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника (центр описанной окружности). *Вневписанная окружность треугольника. *Окружность Эйлера.

Подобие

Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. *Теорема о произведении отрезков пересекающихся хорд. *Теорема о произведении отрезков секущих, проходящих через данную точку вне окружности. *Теорема о квадрате отрезка касательной. Применение подобия при решении практических задач.

Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач.

Элементы тригонометрии

Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника. Синус, косинус, тангенс и котангенс. Основное тригонометрическое тождество. Тригонометрические функции углов в 30° , 45° и 60° . Применение тригонометрических функций при решении практических задач.

Преобразования плоскости

Центральная симметрия. Центральносимметричные фигуры. Поворот. Симметрия n -го порядка. Осевая симметрия.

Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос.

Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. *Паркетные из многоугольников и других фигур. *Картины М. Эшера.

Преобразование подобия. Коэффициент подобия. Подобие фигур. Гомотетия. *Золотое сечение. *Золотые прямоугольники и треугольники. *Золотая спираль. Проявления золотого сечения в природе, живописи, скульптуре, архитектуре.

9 класс

Решение треугольников

Синус, косинус, тангенс углов от 0 до 180° . Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов.

Площадь

Понятие площади фигуры. Свойства площадей. Площадь прямоугольника. Формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. *Формула Герона. *Формула площади выпуклого четырёхугольника. Отношение площадей подобных фигур. *Равновеликость и равноставленность. *Задачи на разрезание.

Длина окружности

и площадь круга

Длина окружности. Число π Градусная и радианная мера угла, вычисление длин дуг окружностей. Площадь круга, сектора, сегмента. Исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга. *Циклоидальные кривые. *Циклоида, кардиоида и др.

Векторы

Вектор, длина (модуль) вектора, сонаправленные и противоположно направ-

ленные векторы. Коллинеарность векторов. Равенство векторов. Операции над векторами: сумма и разность векторов, произведение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.

Координаты

Декартовы координаты на плоскости. Исторические сведения. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками. Уравнение окружности.

Координаты вектора. Формула скалярного произведения векторов. Уравнение прямой, с данным вектором нормали, Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. *Формула расстояния от точки до прямой. *Аналитическое задание фигур на плоскости. *Метод координат и его применение. *Кривые, заданные параметрическими уравнениями.

*Полярные координаты. *Соотношения

между декартовыми и полярными координатами. *Кривые, заданные уравнениями в полярных координатах. *Спираль Архимеда и др.

*Использование компьютерных программ для моделирования кривых.

Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027>

2. Примерная рабочая программа основного общего образования по математике, <http://www.instrao.ru/primer>

3. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы: проект. – 2-ое изд. – М.: Просвещение, 2010.

В.А. Смирнов, И.М. Смирнова,
г. Москва